

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
«ТЕХНИКУМ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ  
ИМЕНИ А.В. ВОСКРЕСЕНСКОГО»

ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ КВАЛИФИЦИРОВАННЫХ РАБОЧИХ И  
СЛУЖАЩИХ ПО ПРОФЕССИИ

09.01.03 Мастер по обработке цифровой информации

квалификации выпускника – Оператор электронно-вычислительных и  
вычислительных машин

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ОУД. 05. Математика

Форма обучения - очная

Рекомендована методическим объединением общеобразовательного цикла  
Протокол № 10 от « 20 » июня 20 23 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ОУД. 05. Математика  
для профессии 09.01.03 Мастер по обработке цифровой информации

Разработчик: Кузнецова И.В., Попова С.И., преподаватели АПОУ УР «ТРИТ им.  
А.В. Воскресенского»

## Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины ОУД.05. Математика.

ФОС включают контрольно-оценочные и контрольно-измерительные материалы для проведения входного, текущего контроля и промежуточной аттестации.

ФОС разработан на основании

- примерной программы учебной дисциплины;
- рабочей программы учебной дисциплины.

### 1. Паспорт оценочных средств

В результате контроля и оценки по дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений (У) и знаний (З):

<b>Содержание обучения</b>	<b>Характеристика основных видов деятельности студентов (на уровне учебных действий)</b>
<b>Введение</b>	Ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении профессий СПО
<b>АЛГЕБРА</b>	
<b>Развитие понятия о числе</b>	Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений. Нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы)
<b>Корни, степени, логарифмы</b>	Ознакомление с понятием корня $n$ -й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.

	<p>Записывание корня <math>n</math>-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений.</p> <p>Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.</p>
<b>Преобразование алгебраических выражений</b>	<p>Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения. Решение логарифмических уравнений.</p>
<b>ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ</b>	
<b>Основные понятия</b>	<p>Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением.</p> <p>Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи</p>
<b>Основные тригонометрические тождества</b>	<p>Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них</p>
<b>Преобразования простейших тригонометрических выражений</b>	<p>Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.</p> <p>Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения</p>
<b>Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства</b>	<p>Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.</p> <p>Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.</p> <p>Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств</p>
<b>Арксинус, арккосинус, арктангенс числа</b>	<p>Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций.</p> <p>Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенс числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений</p>
<b>ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ</b>	

<p><b>Функции.</b> <b>Понятие о непрерывности функции</b></p>	<p>Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными.</p> <p>Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции. Определение по формуле простейшей зависимости, вида ее графика. Выражение по формуле одной переменной через другие.</p> <p>Ознакомление с определением функции, формулирование его.</p> <p>Нахождение области определения и области значений функции</p>
<p><b>Свойства функции.</b> <b>Графическая интерпретация.</b> <b>Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях</b></p>	<p>Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин.</p> <p>Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.</p> <p>Построение и чтение графиков функций. Исследование функции.</p> <p>Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.</p> <p>Выполнение преобразований графика функции</p>
<p><b>Обратные функции</b></p>	<p>Изучение понятия обратной функции, определение вида и построение графика обратной функции, нахождение ее области определения и области значений. Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум.</p> <p>Ознакомление с понятием сложной функции</p>
<p><b>Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.</b> <b>Обратные тригонометрические функции</b></p>	<p>Вычисление значений функций по значению аргумента.</p> <p>Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот.</p> <p>Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов.</p> <p>Построение графиков степенных и логарифмических функций.</p> <p>Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.</p> <p>Ознакомление с понятием непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков.</p> <p>Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания.</p> <p>Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков.</p> <p>Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических</p>

	<p>уравнений.  Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств.  Выполнение преобразования графиков</p>
<b>НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА</b>	
<b>Последовательности</b>	<p>Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов.  Ознакомление с понятием предела последовательности.  Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.  Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии</p>
<b>Производная и ее применение</b>	<p>Ознакомление с понятием производной.  Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.  Составление уравнения касательной в общем виде.  Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления уравнения касательной.  Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их.  Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.  Установление связи свойств функции и производной по их графикам.  Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума</p>
<b>Первообразная и интеграл</b>	<p>Ознакомление с понятием интеграла и первообразной.  Изучение правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона— Лейбница.  Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.  Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей</p>
<b>УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА</b>	
<b>Уравнения и системы уравнений Неравенства и системы неравенств с двумя переменными</b>	<p>Ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений.  Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению.  Решение рациональных, иррациональных, показательных и</p>

	<p>тригонометрических уравнений и систем.</p> <p>Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем.</p> <p>Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).</p> <p>Решение систем уравнений с применением различных способов.</p> <p>Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.</p> <p>Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.</p> <p>Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений</p>
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ</b>	
<b>Основные понятия комбинаторики</b>	<p>Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.</p> <p>Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.</p> <p>Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления.</p> <p>Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.</p> <p>Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля.</p> <p>Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики</p>
<b>Элементы теории вероятностей</b>	<p>Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей.</p> <p>Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий</p>
<b>Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)</b>	<p>Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.</p> <p>Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик</p>
<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>	
<b>Прямые и плоскости в пространстве</b>	<p>Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей.</p> <p>Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.</p> <p>Формулирование определений, признаков и свойств</p>

	<p>параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов.</p> <p>Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях.</p> <p>Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач.</p> <p>Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.</p> <p>Решение задач на вычисление геометрических величин.</p> <p>Описывание расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.</p> <p>Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойства).</p> <p>Изображение на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в пространстве. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач.</p> <p>Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.</p> <p>Применение теории для обоснования построений и вычислений.</p> <p>Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур</p>
<p><b>Многогранники</b></p>	<p>Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.</p> <p>Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.</p> <p>Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.</p> <p>Характеристика и изображение сечения, развертки многогранников, вычисление площадей поверхностей.</p> <p>Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды.</p> <p>Применение фактов и сведений из планиметрии.</p> <p>Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач.</p> <p>Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.</p> <p>Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач</p>



<p><b>Тела и поверхности вращения</b></p>	<p>Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств.  Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере.  Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения.  Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач.  Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.  Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи</p>
<p><b>Измерения в геометрии</b></p>	<p>Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами.  Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии.  Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.  Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.  Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы.  Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел</p>
<p><b>Координаты и векторы</b></p>	<p>Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек.  Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.  Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами.  Применение теории при решении задач на действия с векторами.  Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.  Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов</p>

## **2. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений**

Основной целью оценки освоения дисциплины является оценка умений и знаний.

Оценка освоения умений и знаний осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля: устный опрос, решение задач, доказательство теорем, сообщений по заданной теме, выполнение практических и контрольных работ, тестирование, самостоятельные работы, творческие работы.

## **3. Задания для оценки освоения дисциплины**

Выполнение входного контроля по дисциплине ОУД.05 «Математика» по профессии 09.01.03 «Мастер по обработке цифровой информации»

**Количество вариантов для абитуриентов:** 2 варианта. В каждом варианте 4 разноуровневых задания.

**Время выполнения задания:** 45 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка.

**Основные источники:**

1. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др. Алгебра.9 класс. Учебник, 21-е изд. – М., 2014 г.
2. Кузнецова Л.В., Бунимович Е.А., Пигарев Б.П., Суворова С.Б. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. М.: Дрофа

**Цель:** актуализация знаний, актуализация УУД

**Личностные**

- смыслообразование - установление учащимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом, другими словами, между результатом учения и тем, что побуждает деятельность, ради чего она осуществляется. Учащийся должен задаваться вопросом о том, «какое значение, смысл имеет для меня учение»

**Регулятивные УУД**

- выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению, оценивание качества и уровня усвоения;  
- саморегуляция как способность к мобилизации сил и энергии; способность к волевому усилию.

**Критерии оценивания:**

При оценке контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если студент выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

4 безошибочно выполненные задания под буквой «в» – оценка «5»

4 безошибочно выполненные задания под буквой «б» – оценка «4»

4 безошибочно выполненные задания под буквой «а» – оценка «3»

## Входной контроль

### ВАРИАНТ 1

а)  $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^2$   
б)  $\left((-0,1)^{-1}\right)^2$   
в)  $125^{-3} \div (0,2^{-4})^{-2}$

а)  $6x - 10,2 = 4x - 2,2$ ;  
 $4x^2 - 11 = x^2 - 11 + 9x$ ;  
 $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3}$   
б)  $2x - \frac{4}{7} = 0$ ;  
 $(2x + 1)(x - 4) = (x - 2)(x + 2)$ ;  
 $\frac{2x - 3}{x} - \frac{1}{x + 2} = \frac{4x - 6}{x^2 + 2x}$   
в)  $4 \cdot (0,25x - 6) = 8(0,125x + 3)$ ;  
 $3 - (4x + 1)(3 - x) = x^2$ ;  
 $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 1} = 5$

а)  $\begin{cases} 6x + 3 > 0, \\ 7 - 4x < 0 \end{cases}$   
б)  $\begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0, \\ 1 - 3x \leq 2x - 1, \\ 3 - x < 0. \end{cases}$   
в)  $\begin{cases} 4x^2 - 1 \leq 0, \\ x^2 > 0. \end{cases}$

$V = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = ?$

4. б) Постройте график функции укажите возрастающий или убывающий она является:

$y = -2,5x$

4. в) Постройте график функции:

### ВАРИАНТ 2

#### 1. Вычислите:

а)  $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{-2}$   
б)  $\left((-0,1)^2\right)^{-1}$   
в)  $32^{-2} \div (0,5^{-3})^{-3}$

#### 2. Решите уравнения:

а)  $8x - 15,3 = 6x - 3,3$ ;  
 $7x + 3 = 2x^2 + 3x + 3$ ;  
 $\frac{x^2 + 2x}{x + 4} = \frac{8}{x + 4}$   
б)  $3x - \frac{6}{11} = 0$ ;  
 $(2x - 9)(x + 1) = (x - 3)(x + 3)$ ;  
 $\frac{3x + 1}{x} + \frac{5}{x - 2} = \frac{6x - 2}{x^2 - 2x}$   
в)  $16 \cdot (0,25x - 1) = 5(0,8x - 3,2)$ ;  
 $x^2 - (2x - 3)(1 - x) = 3$ ;  
 $\frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$

#### 3. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} 2 - 10x > 8, \\ 3x + 4 < 4. \end{cases}$   
б)  $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq 0, \\ 2 - x > 0, \\ 2 - x \geq 2x + 1. \end{cases}$   
в)  $\begin{cases} (x - 1)^2 > 0, \\ 169 - x^2 \geq 0. \end{cases}$

#### 4. а) Выразите из формулы:

$S = \frac{V^2}{2a} \Rightarrow V = ?$

$y = 2x - 3$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$y = -x^2 + 2x - 4$$

Какие значения принимает функция, если  $0 \leq x \leq 3$ ?

### Эталон решения I Вариант

1.

$$a) \left( \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^2 = 4^2 = 16$$

Ответ: 16

$$б) ((-0,1)^{-1})^2 = (-10)^2 = 100$$

Ответ: 100

$$в) 125^{-3} \div (0,2^{-4})^{-2} = \frac{1}{125^3} \div (5^4)^{-2} = \frac{1}{125^3} \cdot \frac{5^8}{1} = \frac{1}{(5^3)^3} \cdot 5^8 = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

2.

а)

$$6x - 10,2 = 4x - 2,2$$

$$6x - 4x = 10,2 - 2,2$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

$$\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3}$$

$$x \neq 3$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

Ответ: -2

$$4x^2 - 11 = x^2 - 11 + 9x$$

$$4x^2 - x^2 = 11 - 11 + 9x$$

$$3x^2 - 9x = 0$$

$$3x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ИЛИ} \quad x = 3$$

Ответ:  $\{0; 3\}$

б)

$$2x - \frac{4}{7} = 0$$

$$2x = \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{4}{7} \div 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ:  $\frac{2}{7}$

$$(2x + 1)(x - 4) = (x - 2)(x + 2)$$

$$2x^2 + x - 8x - 4 = x^2 - 4$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 7$$

Ответ:  $\{0; 7\}$

$$\frac{2x-3}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{4x-6}{x^2+2x}$$

$$\frac{2x^2-3x-6+4x-x-4x+6}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{2x^2-4x}{x(x+2)} = 0$$

$$\begin{cases} 2x^2-4x=0 \\ x(x+2) \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \\ x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

ОТВЕТ:  $x=2$

В)

$$4 \cdot (0,25x-6) = 8(0,125x+3) \quad \frac{3x^2+2x-1}{x+1} = 5$$

$$x-24 = x+24$$

$$x-x=48$$

$$0x=48$$

ОТВЕТ:  $\emptyset$

$$\frac{3x^2+2x-1-5x-5}{x+1} = 0$$

$$\begin{cases} 3x^2-3x-6=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$$

$$3-(4x+1)(3-x) = x^2$$

$$3-12x+4x^2-3+x = x^2$$

$$3x^2-11x=0$$

$$x(3x-11)=0$$

$$x=0 \quad x = \frac{11}{3}$$

$$\begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

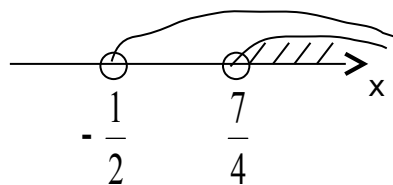
$$D = 1+8=9 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ОТВЕТ:  $x=2$

ОТВЕТ:  $\left\{0; \frac{11}{3}\right\}$

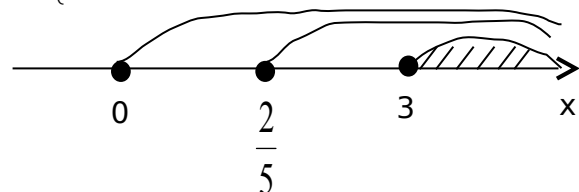
3.

$$a) \begin{cases} 6x+3 > 0 \\ 7-4x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x > \frac{7}{4} \end{cases}$$



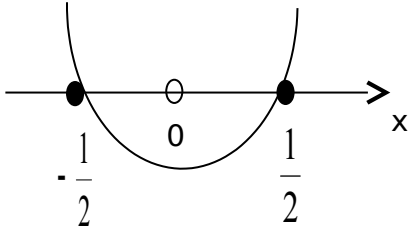
ОТВЕТ:  $x \in \left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$

$$b) \begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0 \\ 1-3x \leq 2x-1 \\ 3-x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq \frac{2}{5} \\ x > 3 \end{cases}$$



ОТВЕТ:  $x \in (3; +\infty)$

$$B) \begin{cases} 4x^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq \frac{1}{4} \\ x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \\ x_3 > 0 \end{cases}$$



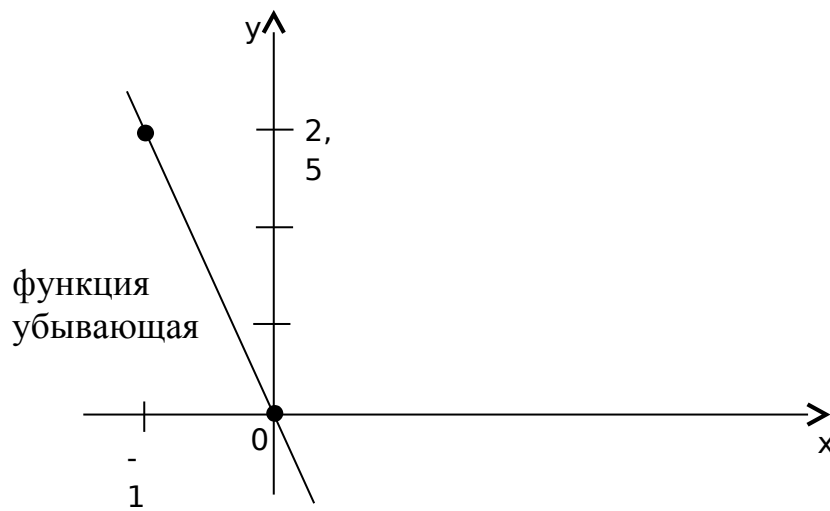
ОТВЕТ:  $x \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$

4.

$$a) V = \sqrt{2gh} \Rightarrow V^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

ОТВЕТ:  $\frac{V^2}{2g}$

б)  $y = -2,5x$

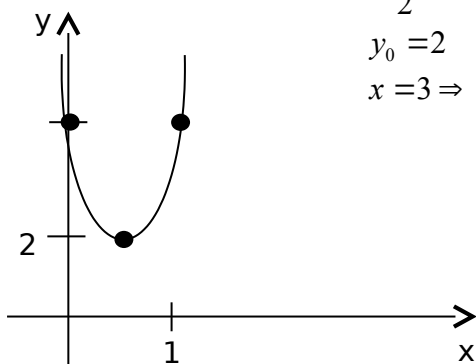


$$B) y = x^2 - 2x + 3,$$

$$x_0 = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_0 = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 6$$



Ответ:  $y \in [0;6]$

**Критерии оценивания:**

под буквой а) – оценка «3»

под буквой б) – оценка «4»

под буквой в) – оценка «5»

**Промежуточная аттестация**

**Промежуточный контроль проводится в форме контрольных работ**

**Контрольная работа №1 по теме: «Развитие понятия о числе»**

**Количество вариантов для студентов: 2 варианта, в каждом 6 заданий**

**Время выполнения задания: 90 минут.**

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	1
2	1
3	2
4	2
5	2 + 2
6	1+2+3
итого	16

«5» (отлично)	14 – 16
«4» (хорошо)	11 – 13
«3» (удовлетворительно)	7 – 10
«2» (плохо)	менее 7

**Вариант 1**

1. Найдите значение дроби:  $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 1}$
2. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
3. Запишите периодическую дробь  $0,(87)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Найдите НОД и НОК чисел 180 и 540.
5. Решите уравнение а)  $x^2 - 2x + 2 = 0$ ; б)  $x^3 - 27 = 0$ .
6. Вычислите а)  $(5 + i) \cdot (-2 + 3i)$ ; б)  $\frac{4i}{1+i}$ ; в)  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^4$ .

### Вариант 2

1. Найдите значение дроби:  $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} * \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}$
2. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
3. Запишите периодическую дробь  $0,(35)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Найдите НОД и НОК чисел 154 и 540.
5. Решите уравнение а)  $x^2 + 5x + 9 = 0$ ; б)  $x^3 + 8 = 0$ .
6. Вычислите а)  $(7 + i) \cdot (3 + i)$ ; б)  $\frac{4 - 3i}{3 - i}$ ; в)  $(\sqrt{3} - 2i)^6$

### Вариант 3

1. Найдите значение дроби:  $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 1}$
2. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
3. Запишите периодическую дробь  $0,21(8)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Найдите НОД и НОК чисел 105 и 165.
5. Решите уравнение а)  $x^2 - 14x + 74 = 0$ ; б)  $x^3 - 64 = 0$ .
6. Вычислите а)  $(3 + 4i) \cdot (6 - 5i)$ ; б)  $\frac{5 + i}{-4 + 3i}$ ; в)  $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^5$ .

### Вариант 4

1. Найдите значение дроби:  $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} * \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}$
2. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
3. Запишите периодическую дробь  $2,35(7)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Найдите НОД и НОК чисел 255 и 504.
5. Решите уравнение а)  $4x^2 + 4x + 5 = 0$ ; б)  $x^3 + 125 = 0$ .
6. Вычислите а)  $(0,5 + i) \cdot (1 + 2i)$ ; б)  $\frac{2 - i}{1 + i}$ ; в)  $(1 + i\sqrt{3})^6$ .

### Вариант 5

1. Найдите значение дроби:  $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 1}$
2. Найдите остаток от деления на 13 числа 475.
3. Запишите периодическую дробь  $23,5(12)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Найдите НОД и НОК чисел 185 и 588.
5. Решите уравнение а)  $x^2 + 2x + 3 = 0$ ; б)  $x^3 + 216 = 0$ .



6. Вычислите а)  $(7 - 2i) \cdot (3.5 - i)$ ; б)  $\frac{7 - i}{3 + i}$ ; в)  $(\sqrt{3} - i)^6$ .

### Вариант 6

1. Найдите значение дроби:  $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} * \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}$

2. Найдите остаток от деления на 17 числа 693.

3. Запишите периодическую дробь  $7,1(13)$  в виде обыкновенной дроби.

4. Найдите НОД и НОК чисел 178 и 438.

5. Решите уравнение а)  $x^2 + 2x + 4 = 0$ ; б)  $x^3 + 27 = 0$ .

6. Вычислите а)  $(\sqrt{2} - i) \cdot (\sqrt{3} + 2i)$ ; б)  $\frac{6 - i}{3 + 4i}$ ; в)  $\left(\frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^4$ .

### Вариант 7

1. Найдите значение дроби:  $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 1}$

2. Найдите остаток от деления на 23 числа 529.

3. Запишите периодическую дробь  $0,24(5)$  в виде обыкновенной дроби.

4. Найдите НОД и НОК чисел 8281 и 12321.

5. Решите уравнение а)  $x^2 + 14x + 74 = 0$ ; б)  $x^3 + 64 = 0$ .

6. Вычислите а)  $(\sqrt{3} + 5i) \cdot (5 - \sqrt{3}i)$ ; б)  $\frac{9 - 7i}{2 - 3i}$ ; в)  $(2 - i\sqrt{12})^3$ .

### Вариант 8

1. Найдите значение дроби:  $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} * \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}$

2. Найдите остаток от деления на 19 числа 438.

3. Запишите периодическую дробь  $2,26(3)$  в виде обыкновенной дроби.

4. Найдите НОД и НОК чисел 120 и 144.

5. Решите уравнение а)  $4x^2 - 4x + 5 = 0$ ; б)  $x^3 + 125 = 0$ .

6. Вычислите а)  $(5 + 4i) \cdot (3 - 2i)$ ; б)  $\frac{2 - 3i}{5 + i}$ ; в)  $(2 - i\sqrt{3})^6$

## Контрольная работа № 2 по теме: "Степени, корни и логарифмы"

### Вариант А1

1. Найдите значение выражения:

а)  $\left(\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2}\right)^{\frac{6}{5}}$ ; б)  $\frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x - 4} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - 2}$  при  $x = 9$ ; в)  $3 \log_2 \frac{1}{8} + 10^{\lg 2 + \lg 5}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{x + 12} = x$ ; б)  $3^{x+3} - 3^x = 78$ ; в)  $2 \log_3 x = \log_3 (2x^2 - x)$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 12, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} u \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ; б)  $\sqrt[3]{5^3} u 5^{0,4}$ ; в)  $\log_3 10 u \lg 3$ .

### Вариант Б1

1. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{9} \cdot \sqrt{3}}$ ; б)  $\left(\frac{x - x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1} - 2\sqrt[3]{x} + 1\right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$  при  $x = 8$ ; в)  $\log_{0,6}(\log_8 32) + 49^{\log_{\sqrt{7}} \sqrt{2}}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{6 - 4x - x^2} - x = 4$ ; б)  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 13 \cdot 3^{x^2-7}$ ; в)  $\log_2^2 x^2 + 6 \log_{0,25} x - 1 = 0$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_3(x + y) = 2, \\ 9^{\log_3 \sqrt{x-y}} = 5. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $5^{0,6} u 7^{-0,2}$  б)  $\sqrt{3} u 3^{-\frac{1}{2}}$ ; в)  $\log_3 10 u \log_8 62$ .

### Вариант В1

1. Найдите значение выражения:

а)  $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3})$ ; б)  $\frac{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}}{x + x^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right)$  при  $x = 125$ ; в)  $3^{\frac{2}{\log_5 3}} + \frac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_4 81}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{3 + \sqrt{5-x}} = \sqrt{x}$ ; б)  $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$ ; в)  $\log_3^2(9x) + \log_3^2(3x) = 1$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{2 + \log_2(x^2 + y^2)} = 20, \\ \lg(x^2 - y^2) - \lg(x - y) = 0. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $2^{21} u 3^{14}$ ; б)  $\sqrt[3]{27^2} u \sqrt{5^3}$ ; в)  $\log_2 0,9$  и  $0,1$

### Вариант А2

1. Найдите значение выражения:

а)  $\left(\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[3]{3}\right)^{\frac{3}{5}}$ ; б)  $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 3} - \frac{6}{x^{\frac{2}{3}} - 9}$  при  $x = 8$ ; в)  $2 \log_3 \frac{1}{27} + 6^{\log_6 72 - \log_6 2}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{7-x} = x-1$ ; б)  $5^{x+2} + 5^x = 130$ ; в)  $2 \log_5(-x) = \log_5(x+2)$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $3^{-\frac{1}{3}} u 3^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $(0,5)^{0,2} u \sqrt[9]{0,25}$ ; в)  $\log_2 7 u \log_7 2$ .

### Вариант Б2

1. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[6]{4 \cdot \sqrt{2}}}$ ; б)  $\left(1 + 2\sqrt{x} + \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} + 1}$  при  $x = 16$ ; в)  $\log_{1,2}(\log_{64} 32) + 9^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{2x^2 + 8x + 7} - 2 = x$ ; б)  $2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} = 7 \cdot 2^{x^2}$ ; в)  $\log_3^2 x^3 - 20 \log_9 x + 1 = 0$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_2(x - y) = 3, \\ 4^{\log_2 \sqrt{x+y}} = 10. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $6^{0,5}$  и  $11^{-0,4}$  б)  $\sqrt{7}$  и  $7^{-\frac{1}{3}}$ ; в)  $\log_2 9$  и  $\lg 900$ .

### Вариант В2

1. Найдите значение выражения:

а)  $\sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}} \cdot (1 + \sqrt{2})$ ; б)  $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}} - 1}{x + 1}\right) \div \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}$  при  $x = 64$ ; в)  $5^{\frac{1}{\log_{0,5} 5}} + \frac{\log_3 \frac{1}{2}}{\log_9 16}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{1 + \sqrt{3x+1}} = \sqrt{x}$ ; б)  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 12^{x-1} + 12^x$ ; в)  $\log_2^2(4x) + \log_2^2(2x) = 1$ .

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^{1 + \log_3(x^2 - y^2)} = 15, \\ \log_2(x^2 - y^2) - \log_2(x + y) = 0. \end{cases}$$

4. Сравните числа:

а)  $5^{42}$  и  $7^{39}$ ; б)  $\sqrt[3]{84}$  и  $\sqrt[6]{25^3}$ ; в)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2}$  и  $0,5$

### Критерии оценивания:

«5» - выполнение варианта В

«4» - выполнение варианта Б

«3» - выполнение варианта А

### Контрольная работа №3 по теме: "Параллельность в пространстве"

Количество вариантов для студентов: 8 вариантов, в каждом 3 задания

Время выполнения задания: 45 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

### Критерии оценивания:

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

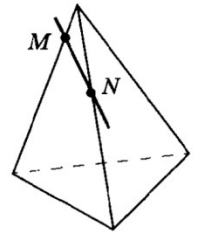
№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
-----------	---

1	2
2	6
3	4 + 4
Итого	16

«5» (отлично)	14 – 16
«4» (хорошо)	10 – 13
«3» (удовлетворительно)	6 – 9
«2» (плохо)	менее 6

### Вариант 1

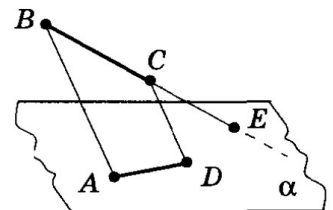
1. Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах тетраэдра. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра тетраэдра.
2. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную точку  $A$ . Точка  $C$  делит  $AB$  в отношении  $5 : 4$ , считая от точки  $A$ . Через  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Найдите  $AC_1$ , если  $AB_1 = 18$  см.



3. Равные прямоугольники  $ABCD$  и  $ABMK$  лежат в разных плоскостях.
  - 1) Найдите длину ломаной  $ACBKA$ , если  $CD = 8$  см,  $BM = 6$  см.
  - 2) Верно ли утверждение: прямые  $AC$  и  $BK$  параллельны?

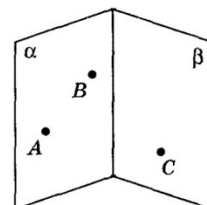
### Вариант 2

1. Продолжение отрезка  $BC$ , изображенного на рисунке, пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $E$ . отрезок  $AD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Скопируйте рисунок и изобразите отрезки  $AC$  и  $BD$ . Определите, пересекаются ли эти отрезки.
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . Через точку  $A$  проведена плоскость, а через точки  $B$  и  $C$  - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите  $AC_1$ , если  $BB_1 : CC_1 = 3 : 2$  и  $AB_1 = 9$  см.
3. Прямая  $c$  является линией пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ . В плоскость  $\alpha$  проведена прямая  $a$ , пересекающая  $c$ . В плоскости  $\beta$  взята точка  $B$ , не лежащая на прямой  $c$ .
  - 1) Постройте линию пересечения плоскости  $\beta$  с плоскостью, в которой лежат прямая  $a$  и точка  $B$ .
  - 2) Найдите общую точку плоскостей  $\alpha$ ,  $\beta$  и плоскости, в которой лежат прямая  $a$  и точка  $B$ .



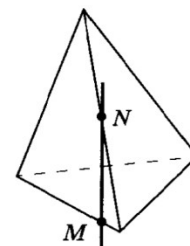
### Вариант 3

1. На рисунке изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нём точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы отрезки  $AD$  и  $BC$  оказались пересекающимися.
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . Через точку  $A$  проведена плоскость, а через точки  $B$  и  $C$  - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите  $CC_1$ , если  $AB : AC = 7 : 3$  и  $BB_1 = 14$  см.
3. Точка  $K$  не лежит в плоскости трапеции  $ABCD$ . Через середины отрезков  $KA$  и  $KB$  проведена прямая  $EF$  ( $AB \parallel CD$ ).
  - 1) Докажите, что прямые  $EF$  и  $DC$  параллельны.
  - 2) Определите вид четырёхугольника  $DCEF$ , если  $AB : DC = 2 : 1$ .



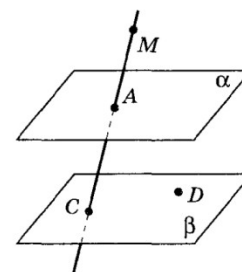
### Вариант 4

1. Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах тетраэдра. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра тетраэдра.
2. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Точка  $C$  делит  $AB$  в отношении  $4 : 3$ , считая от точки  $B$ . Через  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Найдите  $AB_1$ , если  $AC_1 = 12$  см.
3. 1) Вершины  $A$ ,  $B$  и точка пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  лежат в плоскости  $\alpha$ . Лежат ли в этой плоскости вершины  $C$  и  $D$ ?  
2) Верно ли утверждение: две прямые, параллельные одной плоскости, параллельны?



### Вариант 5

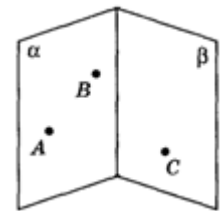
1. На рисунке изображены параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точка  $A$  принадлежит плоскости  $\alpha$ , точки  $C$  и  $D$  лежат в плоскости  $\beta$ , а точка  $M$  принадлежит  $AC$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нём точку  $B$ , принадлежащую плоскости  $\alpha$ , так, чтобы прямые  $AC$  и  $BD$  пересекались в точке  $M$ .
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . Через точку  $A$  проведена плоскость, а через точки  $B$  и  $C$  - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите  $BB_1$ , если  $AB : BC = 5 : 2$  и  $CC_1 = 9$  см.



3. 1) Верно ли, что любая прямая, проходящая через точку пересечения медиан треугольника пересекает его сторону?
- 2) Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Верно ли утверждение: любая прямая плоскости  $\alpha$  параллельна прямой  $a$ ?

### Вариант 6

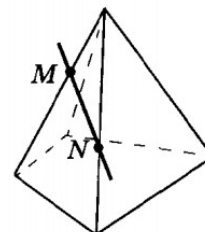
1. На рисунке изображены пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  лежит в плоскости  $\beta$ . Скопируйте рисунок и изобразите на нём точку  $D$ , принадлежащую плоскости  $\beta$ , так, чтобы отрезки  $AC$  и  $BD$  оказались пересекающимися.



2. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Точка  $C$  делит  $AB$  в отношении  $3 : 1$ , считая от точки  $A$ . Через  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ ,  $AC_1 = 15$  см. Найдите  $AB_1$ .
3. 1) Верно ли, что любая прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллелограмма, имеет хотя бы одну общую точку с его стороной?
- 2) Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Верно ли, что любая прямая плоскости  $\alpha$  параллельна плоскости  $\beta$ ? (Ответ поясните).

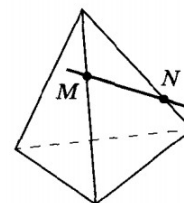
### Вариант 7

1. Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра пирамиды.
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . Через точку  $A$  проведена плоскость, а через точки  $B$  и  $C$  - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите  $BB_1$ , если  $AC : CB = 4 : 3$  и  $CC_1 = 24$  см.
3. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ . Сколько прямых, лежащих в плоскости  $\alpha$ , параллельны прямой  $a$ ? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости  $\alpha$ ?



### Вариант 8

1. Точки  $M$  и  $N$  расположены на рёбрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие рёбра пирамиды.
2. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную общую точку  $A$ . Точка  $C$  делит  $AB$  в отношении  $3 : 2$ , считая от точки  $B$ . Через  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ .  $AC_1 = 15$  см. Найдите  $BB_1$ , если  $CC_1 = 8$  см.



3. Две прямые параллельны некоторой плоскости. Могут ли эти прямые: а) пересекаться; б) быть скрещивающимися?

**Контрольная работа № 4 по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»**

**Количество вариантов для студентов:** 4 варианта, в каждом 3 задания

**Время выполнения задания:** 45 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	4
2	2
3	4 + 6
итого	16

«5» (отлично)	14 – 16
«4» (хорошо)	10 – 13
«3» (удовлетворительно)	6 – 9
«2» (плохо)	менее 6

**Вариант 1**

1. Сторона квадрата равна 4 см. Точка, равноудаленная от всех вершин квадрата, находится на расстоянии 6 см от точки пересечения его диагоналей. Найдите расстояния от этой точки до вершин квадрата.
2. Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 5 см, проведены к этой плоскости две наклонные по 13 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных.
3. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
  - а) Ребро куба.
  - б) Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

**Вариант 2**

1. Из центра  $O$  правильного треугольника  $ABC$  проведен перпендикуляр  $ON$  к плоскости  $ABC$  длиной 2 см. Вычислите расстояние от точки  $M$  до стороны треугольника  $ABC$ , если  $AB = 4$  см.
2. Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 4 см, проведены к этой

- плоскости две наклонные по 5 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен  $90^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных.
3. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна  $2\sqrt{6}$  см, а его измерения относятся как 1:1:2. Найдите:
- Измерения параллелепипеда.
  - Синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

### **Вариант 3**

- Треугольник  $ABC$  - прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 6 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника; расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$  равно 5 см. Найдите длину отрезка  $CM$ .
- Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 8 см, проведены к этой плоскости две наклонные по 10 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных.
- Диагональ куба равна 9 см. Найдите:
  - Ребро куба.
  - Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

### **Вариант 4**

- Сторона квадрата равна 4 см. Точка, не принадлежащая плоскости квадрата, удаленная от каждой из его вершин на расстоянии 6 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости квадрата.
- Через точку, удаленную от плоскости на расстояние 7 см, проведены к этой плоскости две наклонные по 12 см каждая. Угол между проекциями этих наклонных равен  $90^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных.
- Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна  $6\sqrt{48}$  см, а его измерения относятся как 1:1:4. Найдите:
  - Измерения параллелепипеда.
  - Синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

### **Контрольная работа № 5 по теме: «Элементы комбинаторики»**

**Количество вариантов для студентов:** 4 варианта, в каждом 6 заданий

**Время выполнения задания:** 90 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

### **Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.



№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	1 + 1
2	1 + 2
3	2
4	2
5	2
6	3
итого	15

«5» (отлично)	14 – 15
«4» (хорошо)	11 – 13
«3» (удовлетворительно)	7 – 10
«2» (плохо)	менее 7

### Вариант 1

1. Сократите дробь

a)  $\frac{n!}{(n+2)!}$ ;

b)  $\frac{(n+3)!}{n!(n+2)}$ .

2. Найти

a)  $A_{15}^3$ ;

b)  $\frac{C_6^3 - C_6^2}{A_6^2}$ .

3. Сколько четных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4?

4. В отделе работают 9 ведущих и 12 старших научных сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и трех старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор сотрудников, которых надо послать в командировку?

5. Сколько разных стартовых шестерок можно образовать из 10 волейболистов?

6. Найти разложение бинома  $(\sqrt{3} - 2c)^6$ .

### Вариант 2

1. Сократите дробь

a)  $\frac{(n+1)!}{n!}$ ;

b)  $\frac{(n+1)!(n+3)}{(n+4)!}$ .

3. Найти

a)  $C_{15}^3$ ;

b)  $\frac{A_8^4 - A_8^3}{A_7^3 - A_7^2}$ .

3. Сколько четных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 7?
4. В 11 «а» классе учатся 25 учащихся, в 11 «б» - 20 учащихся, а в 11 «в» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить трех учащихся из 11 «а», двух – из 11 «б» и одного – из 11 «в». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке?
5. Сколькими способами можно распределить 12 различных книг между четырьмя учащимися?
6. Найти разложение бинома  $(3y - \sqrt{2})^4$ .

### Вариант 3

1. Сократите дробь

a)  $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ ;

b)  $\frac{(n+2)!(n-3)}{(n+3)!}$ .

2. Найти

a)  $C_{18}^4$ ;

b)  $\frac{A_{10}^6 - A_9^6}{A_8^5 - A_8^4}$ .

3. Сколько нечетных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно записать с помощью цифр 1, 4, 5, 9?

4. В 12 группе учатся 25 обучающихся, в 13 - 26 обучающихся, а в 14 - 23 обучающихся. Для участия в легкоатлетическом кроссе надо выделить четырёх обучающихся из 12 группы, пять – из 13 группы и двоих – из 14 группы. Сколько существует способов выбора обучающихся для участия в легкоатлетическом кроссе?

5. Сколькими способами можно распределить 16 различных задач между семью обучающимися?

6. Найти разложение бинома  $(4a - \sqrt{5})^5$ .

### Вариант 4

1. Сократите дробь

a)  $\frac{(n+1)!}{(n+4)!}$ ;

b)  $\frac{(n-2)!}{(n+2)!(n-1)}$ .

2. Найти

a)  $A_{18}^4$ ;

b)  $\frac{C_8^4 - C_8^3}{A_8^3}$ .

3. Сколько нечетных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно записать с помощью цифр 1, 5, 6, 7?

4. В цехе работают 11 токарей и 15 фрезеровщиков. На ликвидацию аварии надо послать трёх токарей и шесть фрезеровщиков. Сколькими способами может быть сделан выбор рабочих, которых надо послать на ликвидацию аварии?

5. Из 20 видов первого, 7 видов второго и 40 видов третьего блюда составляют меню из восьми блюд. Сколькими способами это можно сделать?

6. Найти разложение бинома  $(\sqrt{6} - 3x)^6$ .

### Контрольная работа № 6 по теме: «Координаты и векторы в пространстве»

#### Вариант 1

1. Даны  $A(2;-3;1)$ ,  $B(6;1;-1)$ ,  $C(4;8;-9)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;4;0)$ ,  $B_1(0,0,3)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1) ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CD}$ .

2) Докажите, что векторы  $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1A_1}$  и  $\overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$  противоположны.

#### Вариант 2

1. Даны  $A(5;-1;-4)$ ,  $B(9;3;-6)$ ,  $C(7;10;-14)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;2;0)$ ,  $B_1(0;0;3)$ .

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1) ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{DB_1}$ .

2) Докажите, что векторы  $-\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$  и  $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$  противоположны.

#### Вариант 3

1. Даны  $A(1;-4;0)$ ,  $B(5;0;-2)$ ,  $C(3;7;-10)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(2;0;0), B(0;0;0), C(0;3;0)  
B<sub>1</sub>(0;0;1)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1) ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1A}$ .

2) В пирамиде МАВСD основанием служит прямоугольник ABCD, АВ = 8 см, ВС = 15 см. Найдите  $|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{MA}|$ .

#### Вариант 4

1. Даны A(-3;-6;2), B(1;-2;0), C(-1;5;-8).

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(3;0;0), B(0;0;0),  
C(0;2;0), B<sub>1</sub>(0;0;4)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1) ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ .

2) В треугольной призме ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> основанием служит правильный треугольник ABC, сторона которого равна  $2\sqrt{3}$  см, O – середина AB. Найдите:  $|\overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{A_1C}|$ .

#### Вариант 5

1. Даны A(-1;1;-5), B(3;5;-7), C(1;12;-15).

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(1;0;0), B(0;0;0), C(0;5;0)  
B<sub>1</sub>(0;0;3)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные: 1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$ ; 2)  $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB_1}$ .

### Вариант 6

1. Даны  $A(-4;2;-1)$ ,  $B(0;6;-3)$ ,  $C(-2;13;-11)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(5;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;3;0)$ ,  $B_1(0;0;2)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные: 1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{B_1A}$ ; 2)  $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB_1}$ .

### Вариант 7

1. Даны  $A(0;4;3)$ ,  $B(4;8;1)$ ,  $C(2;15;-7)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(4;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;7;0)$ ,  $B_1(0;0;3)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные: 1)  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA}$ ; 2)  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{B_1C_1}$ .

### Вариант 8

1. Даны  $A(-2;0;-2)$ ,  $B(2;4;-4)$ ,  $C(0;11;-12)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;3;0)$ ,  $B_1(0;0;4)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные: 1)  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1 D_1} + \overrightarrow{B_1 B} + \overrightarrow{D_1 A_1}$ ;

2)  $\overrightarrow{D_1 C_1} - \overrightarrow{A_1 B_1}$ .

### Вариант 9

1. Даны  $A(3;3;-3)$ ,  $B(7;7;-5)$ ,  $C(5;14;-13)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника  $ABC$

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -прямоугольный параллелепипед,  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;3;0)$ ,  $B_1(0;0;2)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1 C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. Упростите выражение: 1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NM}$ ; 2)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{EK} - \overrightarrow{EP} - \overrightarrow{MD}$ ;

3)  $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{D_1 A_1} + \overrightarrow{CD_1} + \overrightarrow{A_1 C_1} - \overrightarrow{DB}$ .

### Вариант 10

1. Даны  $A(4;-2;5)$ ,  $B(8;2;3)$ ,  $C(6;9;-5)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника  $ABC$

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -прямоугольный параллелепипед,  $A(3;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;5;0)$ ,  $B_1(0;0;1)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1 C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CD}$ .

2) Докажите, что векторы  $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1 A_1}$  и  $\overrightarrow{A_1 A} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$  противоположны.

### Вариант 11

1. Даны  $A(-5;0;1)$ ,  $B(-4;-2;3)$ ,  $C(6;2;11)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника  $ABC$

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -прямоугольный параллелепипед,  $A(6;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;5;0)$ ,  $B_1(0;0;2)$

- 1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$
  - 2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;
  - 3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;
  - 4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .
3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1 D_1} + \overrightarrow{A_1 A} + \overrightarrow{D B_1}$ .
- 2) Докажите, что векторы  $-\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$  и  $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$  противоположны.

### Вариант 12

1. Даны  $A(1; -4; 0)$ ,  $B(2; -6; 2)$ ,  $C(12; -2; 10)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

- 2) периметр треугольника  $ABC$
- 3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;
- 4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед,  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(0; 3; 0)$ ,  $B_1(0; 0; 3)$

- 1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$
- 2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;
- 3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;
- 4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{D D_1} + \overrightarrow{C B_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1 A}$ .

2) В пирамиде  $MABCD$  основанием служит прямоугольник  $ABCD$ ,  $AB = 8$  см,  $BC = 15$  см. Найдите  $|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{MA}|$ .

### Вариант 13

1. Даны  $A(-1; -2; -8)$ ,  $B(0; -4; -6)$ ,  $C(10; 0; 6)$

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

- 2) периметр треугольника  $ABC$
- 3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;
- 4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед,  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(0; 6; 0)$ ,  $B_1(0; 0; 7)$

- 1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$
- 2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;
- 3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;
- 4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1 D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ .

2) В треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  основанием служит правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $2\sqrt{3}$  см,  $O$  – середина  $AB$ . Найдите:  $|\overrightarrow{A_1 A} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{A_1 C}|$ .

### Вариант 14

1. Даны  $A(0;2;-10)$ ,  $B(1;0;-8)$ ,  $C(11;4;0)$

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(5;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;7;0)$ ,  $B_1(0;0;5)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:

1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$ ; 2)  $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB_1}$ .

### Вариант 15

1. Даны  $A(3;1;-2)$ ,  $B(4;-1;0)$ ,  $C(14;3;8)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(7;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;7;0)$ ,  $B_1(0;0;7)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:

1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{B_1A}$ ; 2)  $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB_1}$ .

### Вариант 16

1. Даны  $A(-8;3;-1)$ ,  $B(-7;1;1)$ ,  $C(3;5;9)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед,  $A(6;0;0)$ ,  $B(0;0;0)$ ,  $C(0;3;0)$ ,  $B_1(0;0;6)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .



3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:

1)  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA}$ ; 2)  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{B_1C_1}$

### Вариант 17

1. Даны A(2;-1;-4), B(3;-3;-2), C(13;1;6).

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) Угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(8;0;0), B(0;0;0), C(0;5;0), B<sub>1</sub>(0;0;6)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:

1)  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{D_1A_1}$ ;

2)  $\overrightarrow{D_1C_1} - \overrightarrow{A_1B_1}$ .

### Вариант 18

1. Даны A(-4;5;-5), B(-3;3;-3), C(7;7;5).

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(9;0;0), B(0;0;0), C(0;3;0), B<sub>1</sub>(0;0;5)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, D, A<sub>1</sub>;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. Упростите выражение: 1)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NM}$ ; 2)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{EK} - \overrightarrow{EP} - \overrightarrow{MD}$ ;

3)  $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{CD_1} + \overrightarrow{A_1C_1} - \overrightarrow{DB}$ .

### Вариант 19

1. Даны A(-2;-3;2), B(-1;-5;4), C(9;-17;12).

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника ABC

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника ABC;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2. ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>-прямоугольный параллелепипед, A(7;0;0), B(0;0;0), C(0;4;0), B<sub>1</sub>(0;0;3)

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости O<sub>xyz</sub>

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1 A}$ .

2) В пирамиде  $MABCD$  основанием служит прямоугольник  $ABCD$ ,  $AB = 8$  см,  $BC = 15$  см. Найдите  $|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{MA}|$ .

### Вариант 20

1. Даны  $A(-3; 4; -3)$ ,  $B(-2; 2; -1)$ ,  $C(8; 6; 7)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника  $ABC$

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед,  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(0; 5; 0)$ ,  $B_1(0; 0; 5)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1 D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ .

2) В треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  основанием служит правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $2\sqrt{3}$  см,  $O$  – середина  $AB$ . Найдите:  $|\overrightarrow{A_1 A} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{A_1 C}|$ .

### Вариант 21

1. Даны  $A(1; 5; 3)$ ,  $B(-4; 5; -2)$ ,  $C(3; -5; -1)$ .

Найдите: 1) а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ; б)  $\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ; в)  $3\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ .

2) периметр треугольника  $ABC$

3) координаты медиан  $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CM}$  треугольника  $ABC$ ;

4) угол между  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед,  $A(4; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(0; 5; 0)$ ,  $B_1(0; 0; 2)$

1) Постройте этот параллелепипед на координатной плоскости  $O_{xyz}$

2) Найдите координаты точек  $C_1, D_1, D, A_1$ ;

3) Угол между  $\overrightarrow{A_1C}$  и  $\overrightarrow{AC}$ ;

4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

3. 1)  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Укажите вектор, равный сумме  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1 D_1} + \overrightarrow{A_1 A} + \overrightarrow{DB_1}$ .

2) Докажите, что векторы  $-\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{KF}$  и  $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{EC}$  противоположны.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	3 + 2 + 2 + 1
2	1 + 2 + 1 + 1
3	2 + 2
итого	17

«5» (отлично)	15 – 17
«4» (хорошо)	12 – 14
«3» (удовлетворительно)	8 – 11
«2» (плохо)	менее 8

### Контрольная работа №7

**Количество вариантов для студентов:** 12 вариантов, в каждом 5 заданий

**Время выполнения задания:** 90 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

#### Критерии оценивания:

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	2 + 2
2	2 + 2
3	1 + 1 + 1
4	2
5	2 + 3
итого	18

«5» (отлично)	16 – 18
«4» (хорошо)	13 – 15
«3» (удовлетворительно)	9 – 12
«2» (плохо)	менее 9

## Вариант 1

1. Упростите выражение:

а)  $3\cos t - 2\sin(270^\circ - t) + \cos(90^\circ + t) - \cos(360^\circ + t)$ ;

б)  $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$

2. Решите уравнение:

а)  $2 \sin(x/3) = 1$ ; б)  $3 \sin^2 x - 10 \sin x + 3 = 0$ ;

3. Вычислите:

а)  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$ ; б)  $\sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{21} + \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{4\pi}{21}$ ;

в)  $\cos 105^\circ - \cos 75^\circ$

4. Найдите  $\sin(\alpha + \beta)$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \beta = -\frac{5}{13}$ ,  $\alpha, \beta \in IV$  четверти

5. Решите неравенство: а)  $\cos x \geq -\sqrt{2}/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x <$

## Вариант 2

1. Упростите выражение:

а)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) - \sin(\pi + t)$ ;

б)  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$

2. Решите уравнение:

а)  $\sin \frac{x}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $6 \cos^2 x = -5 \cos x - 1$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$ ; б)  $\sin 72^\circ + \cos 222^\circ - \sin 12^\circ$

в)  $\cos 78^\circ \cdot \cos 108^\circ + \sin 78^\circ \cdot \sin 108^\circ$ ;

4. Найдите  $\cos(\alpha - \beta)$ , если известно, что  $\sin \alpha = \frac{7}{25}$ ,  $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ ,  $\alpha, \beta \in II$  четверти

5. Решите неравенство:

а)  $\sin x \geq -\sqrt{2}/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x < 1$

## Вариант 3

1. Упростите выражение:

а)  $\sin(\pi - t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$ ;

б)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$

2. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{3}\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 3$ ; б)  $(\cos x + \frac{1}{2}) \cdot (\cos x - 1) = 0$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ$ ; б)  $\frac{\operatorname{tg} 1^\circ - \operatorname{tg} 46^\circ}{1 + \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ}$

в)  $\sin 53^\circ \cdot \cos 7^\circ + \cos 53^\circ \cdot \sin 7^\circ$ ;

4. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что  $\sin 2\alpha = -0.8, \alpha \in II$  четверти

5. Решите неравенство:

а)  $\cos x \geq -\sqrt{3}/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x < -1$

### Вариант 4

1. Упростите выражение:

а)  $\frac{2\sin^2(4\pi + t) - 1}{\cos(\frac{3\pi}{2} + t) + \sin(\frac{\pi}{2} + t)}$ ; б)  $\frac{2\sin^2 \alpha - 1}{1 - 2\cos^2 \alpha}$

2. Решите уравнение:

а)  $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$ ; б)  $2\sin^2 x + 2\cos x - 2.5 = 0$ ;

3. Вычислите:

а)  $\cos 17^\circ \cdot \cos 3^\circ$ ; б)  $\cos \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{3\pi}{12}$ ; в)  $\frac{1 - \operatorname{tg} 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 33^\circ}{\operatorname{tg} 27^\circ + \operatorname{tg} 33^\circ}$

4. Найдите  $\sin(\alpha - \beta)$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \sin \beta = -\frac{5}{13}, \alpha, \beta \in IV$  четверти

5. Решите неравенство: а)  $\cos x \leq -\sqrt{2}/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x > 1$

### Вариант 5

1. Упростите выражение:

а)  $\sin^2(\pi - t) + \operatorname{tg}^2(\pi - t) \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \cdot \cos(2\pi - t)$

б)  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

2. Решите уравнение:

а)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $(2\sin x + 1) \cdot \cos x = 0$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ$ ; б)  $\cos \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12}$ ; в)  $\operatorname{tg} 23^\circ + \operatorname{tg} 67^\circ$

4. Найдите  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ , если известно, что  $\sin \alpha = 0.8, \alpha \in II$  четверти

5. Решите неравенство:

а)  $\sin x \leq -\sqrt{2}/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x > 1$

## Вариант 6

1. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + t) \cdot \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} - t)}{\cos(\pi + t) \cdot \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + t)}$ ;

б)  $2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin 2\alpha$

2. Решите уравнение:

а)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ ; б)  $2 \cos^2 x = 1 - \sin x$ .

3. Вычислите:

а)  $\cos 15^\circ - \sin 15^\circ$ ; б)  $\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}$ ; в)  $\operatorname{tg} 105^\circ$

4. Найдите  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ , если известно, что  $\cos \alpha = -0.8, \alpha \in II$  четверти

5. Решите неравенство:

а)  $\cos x \leq -\sqrt{3}/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x > -1$

## Вариант 7

1. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - t) \cdot \cos(2\pi - t) + \sin(\pi - t) \cdot \sin(\pi + t)}{2 \sin x - \sin 2x}$ ;

б)  $2 \sin x + \sin 2x$

2. Решите уравнение:

а)  $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ ; б)  $4 \cos^2 x = 3$ .

3. Вычислите: а)  $(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2$ ;

б)  $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos 4 - \cos \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$ ; в)  $\frac{\operatorname{tg} 25^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ}{1 - \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}$

4. Найдите  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ , если известно, что  $\cos \alpha = 0.6, \alpha \in IV$  четверти

5. Решите неравенство: а)  $\sin x \geq -\sqrt{3}/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x < -1$

## Вариант 8

1. Упростите выражение:

а)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + t) - 2 \sin(\pi + t)$ ;

б)  $\frac{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$ .

2. Решите уравнение:

а)  $2\sin\frac{x}{10} = \frac{4}{2}$ ; б)  $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 0$ .

3. Вычислите: а)  $\sin 200^\circ \cdot \cos 25^\circ + \cos 200^\circ \cdot \sin 25^\circ$ ; б)  $\frac{\sqrt{2}}{2} - (\cos\frac{\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8})^2$ ; в)  $\frac{\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 51^\circ}{1 - \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 51^\circ}$ ;

4. Найдите  $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ , если известно, что  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \alpha \in$  III четверти

5. Решите неравенство:

а)  $\cos x \geq -1/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x < -1/\sqrt{3}$

### Вариант 9

1. Упростите выражение:

а)  $\cos(\pi - t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$ ;

б)  $\operatorname{tg} t(1 + \cos 2t)$

2. Решите уравнение:

а)  $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $3\sin^2 x + 10\sin x + 3 = 0$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin\frac{\pi}{8} \cdot \cos\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{1 - \operatorname{tg} 70^\circ \cdot \operatorname{tg} 65^\circ}{\operatorname{tg} 70^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ}$

в)  $\cos 17^\circ \cdot \cos 13^\circ - \sin 13^\circ \cdot \sin 17^\circ$ ;

4. Найдите  $\operatorname{tg}(\alpha - \frac{\pi}{4})$ , если известно, что  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \alpha \in$  III четверти

5. Решите неравенство: а)  $\sin x \geq -1/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x < -1/\sqrt{3}$

### Вариант 10

1. Упростите выражение:

а)  $\frac{\operatorname{ctg}(180^\circ + t) - \sin(180^\circ - t) \cdot \sin(90^\circ + t)}{(\sin(360^\circ + t) \cos(-t))^2 - 1}$ ;

б)  $\frac{\cos \alpha - \cos 2\alpha - 1}{2\sin \alpha - \sin 2\alpha}$

2. Решите уравнение:

а)  $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $2\sin^2 x - 1 - \cos x = 0$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin 11^{\circ} 15' \cdot \cos 11^{\circ} 15' \cdot \cos 22^{\circ} 30' \cdot \cos 45^{\circ}$ ;

б)  $\sin 40^{\circ} + \sin 16^{\circ}$ ; в)  $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$

4. Найдите  $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{3}{5}, \alpha \in \text{I четверти}$

5. Решите неравенство: а)  $\sin x \leq -\sqrt{3}/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x > -1$

### Вариант 11

1. Упростите выражение:

а)  $\sin^2(180^{\circ} - t) + \operatorname{tg}^2(180^{\circ} - t) \cdot \operatorname{tg}^2(270^{\circ} + t) + \sin^2(270^{\circ} + t)$ ;

б)  $\operatorname{ctg} t(1 - \cos 2t)$

2. Решите уравнение:

а)  $\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $6\sin^2 x + 5\sin x + 1 = 0$ .

3. Вычислите:

а)  $\sin 52^{\circ} - \sin 36^{\circ}$ ; б)  $\sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ ;

в)  $\frac{\operatorname{tg} 75^{\circ}}{1 - \operatorname{tg}^2 75^{\circ}}$

4. Найдите  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ , если известно, что  $\cos \alpha = 0.6, \alpha \in \text{IV четверти}$

5. Решите неравенство:

а)  $\cos x \leq -1/2$ ; б)  $\operatorname{tg} x > -1/\sqrt{3}$

### Вариант 12

1. Упростите выражение:

а)  $\sin(2\pi - t) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) + \operatorname{tg}(\pi + t) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$

б)  $\left(\operatorname{tg} \beta + \frac{1}{\cos \beta}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right)$

2. Решите уравнение:

а)  $\cos 8x = \frac{1}{2}$ ; б)  $2\cos^2 x + 5\cos x - 3 = 0$ ;

в)  $\sin^2 x - 3\cos x \cdot \sin x = 0$

3. Вычислите:



а)  $\cos 107^\circ \cdot \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \cdot \sin 17^\circ$ ; б)  $\sin 105^\circ \cos 105^\circ$ ;

в)  $\frac{\operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}$

4. Найдите  $\sin^4 2\alpha - \cos^4 2\alpha$ , если известно, что  $\operatorname{tg} \alpha = 0.5, \alpha \in \text{III}$  четверти

5. Решите неравенство: а)  $\sin x \leq -1/2$ ; б)  $\operatorname{ctg} x > -1/\sqrt{3}$

### Контрольная работа №8 по теме «Функции, их графики и свойства»

Количество вариантов для студентов: 3 варианта, в каждом 6 заданий

Время выполнения задания: 90 минут.

Оборудование: бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

#### Критерии оценивания:

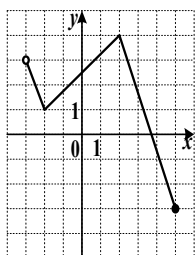
При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	3
2	1 + 2
3	4
4	2 + 2
5	2 + 2
6	3
Итого	21

«5» (отлично)	19 – 21
«4» (хорошо)	14 – 18
«3» (удовлетворительно)	9 – 13
«2» (плохо)	менее 9

### Вариант – 1

1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ .



Укажите:

- а) Область определения функции;
- б) Множество значений;
- в) Нули функции;
- г) Промежутки знакопостоянства;
- д) Промежутки монотонности;
- е) Точки экстремума и экстремумы функции;
- ж) Наибольшее и наименьшее значение функции, если они существуют.

2. Найти область определения функции:

а)  $y = \log_3(x^2 + x - 6)$ ; б)  $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x-2}$ .

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x, & \text{если } x < 0, \\ \cos 2x, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

4. Решите уравнения графическим методом:

а)  $3^{1-x} = 2x - 1$ , б)  $\sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

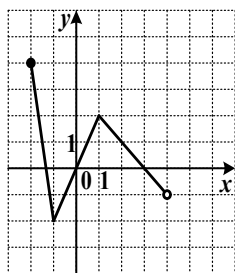
5. Решите графически неравенство:

а)  $\cos(x - \frac{\pi}{4}) > \frac{1}{2}$ ,  $0 \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$ ; б)  $\log_3(x - 1) \leq 2$ .

6. Изобразите схематически график функции и найдите её область определения и множество значений  $y = x^\pi + 1$

### Вариант – 2

1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ .



Укажите:

- а) Область определения функции;
- б) Множество значений;
- в) Нули функции;
- г) Промежутки знакопостоянства;
- д) Промежутки монотонности;
- е) Точки экстремума и экстремумы функции;
- ж) Наибольшее и наименьшее значение функции, если они существуют.

2. Найти область определения функции:

а)  $y = \log_{0.3}(6 + x - x^2)$ ; б)  $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x}$ .

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \begin{cases} 5^x, & \text{если } x \geq 0, \\ \cos \frac{x}{2}, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$

4. Решите уравнение графическим методом

а)  $\lg x = 1 - x$ ; б)  $\operatorname{tg} 2x = 1$ .

5. Решите графически неравенство:

а)  $\sin(x + \frac{\pi}{3}) < 0.5$ ,  $-\frac{5\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ; б)  $(\frac{1}{3})^x \leq 2x + 5$ .

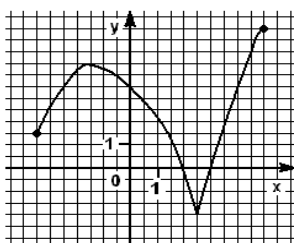
6. Изобразите схематически график функции и найдите её область определения и множество значений

$$y = (x + 1)^{-\sqrt{2}}$$

### Вариант – 3

1. На рисунке изображен график функции

$$y = f(x).$$



а) Область

б) Множество

в) Нули функции;

г) Промежутки

д) Промежутки

е) Точки экстремума и

экстремумы функции;

ж) Наибольшее и наименьшее значение функции, если они существуют.

Укажите:

определения функции;  
значений;

знакопостоянства;

монотонности;

2. Найти область определения функции:

а)  $y = \log_8(x^2 - 2x - 3)$ ; б)  $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x+4}$ .

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \begin{cases} 0,5^x, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos 3x, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$

4. Решите уравнение графическим методом:

а)  $\log_{1/3} x = x - 4$ , б)  $\sin \frac{x}{2} = -0,5$ .

5. Решите графически неравенство:

а)  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) < -0,5$ ,  $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ ; б)  $3^x \geq 4 - x$ .

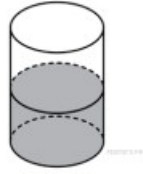
6. Изобразите схематически график функции и найдите её область определения и множество значений

$$y = x^{\frac{1}{\pi}} - 1$$

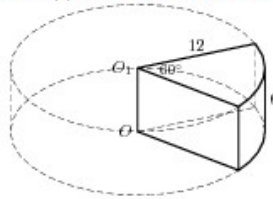
## Контрольная работа № 9

### Вариант 1

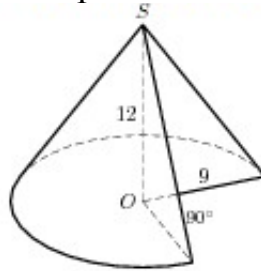
1. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого?



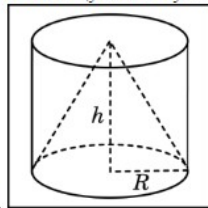
2. Найдите объём части цилиндра, изображённого на рисунке.



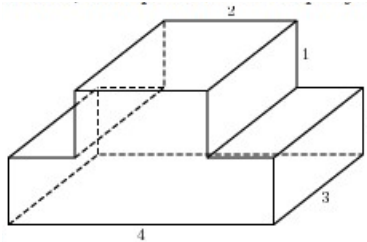
3. Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?  
 4. Найдите объём части конуса, изображенного на рисунке.



5. Объём одного шара в 27 раз больше объёма второго. во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?  
 6. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 25.



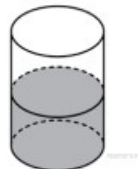
7. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все углы многогранника прямые)



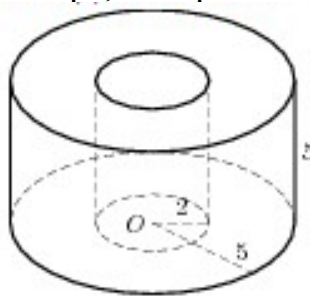
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро равно 4. Найдите площадь поверхности и объём пирамиды.

### Вариант 2

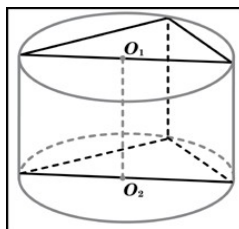
1. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объём детали ?



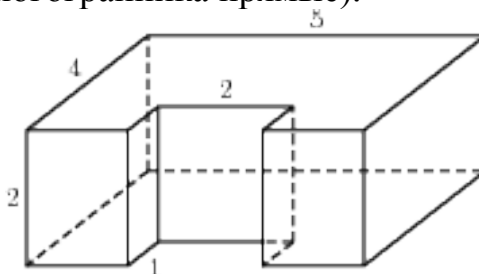
2. Найдите объём части цилиндра, изображённого на рисунке.



3. Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объём.  
 4. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите площадь поверхности и объём конуса.  
 5. Во сколько раз увеличится объём шара, если его радиус увеличить в три раза?  
 6. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны  $\frac{5}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



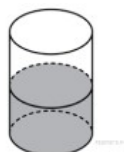
7. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



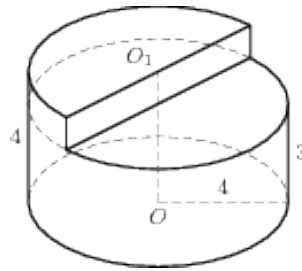
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь поверхности и объём пирамиды.

### Вариант 3

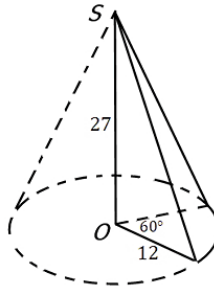
1. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 10 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза меньше первого?



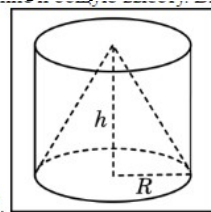
2. Найдите объём части цилиндра, изображённого на рисунке.



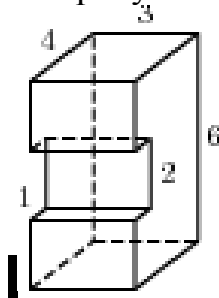
3. Во сколько раз увеличится объём конуса, если его высоту увеличить в 3 раза?
4. Найдите объём части конуса, изображенного на рисунке.



5. Объём одного шара в 64 раз меньше объёма второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара меньше площади поверхности второго?
6. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 19.



7. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все углы

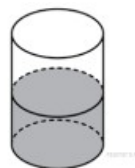


многогранника прямые)

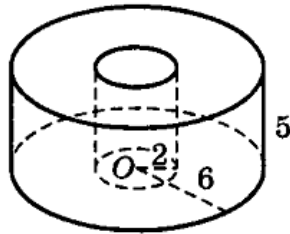
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, боковое ребро равно 6. Найдите площадь поверхности и объём пирамиды.

#### Вариант 4

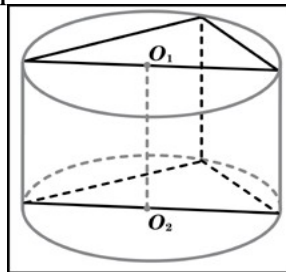
1. В цилиндрический сосуд, в котором находится 8 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 2 раза. Чему равен объём детали ?



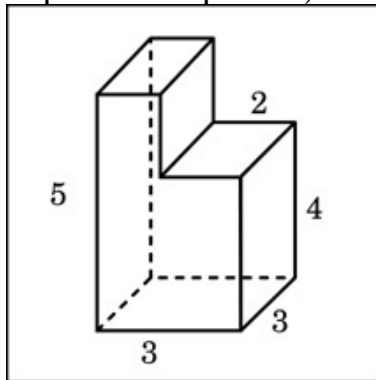
2. Найдите объём части цилиндра, изображённого на рисунке.



3. Высота конуса равна 12, образующая равна 13. Найдите его объём.
4. Диаметр основания конуса равен 10, а угол при вершине осевого сечения равен  $60^\circ$ . Вычислите площадь поверхности и объём конуса.
5. Во сколько раз уменьшится объём шара, если его радиус уменьшить в два раза?
6. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 3. Боковые ребра равны  $\frac{5}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



7. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, а угол между боковой гранью и основанием равен  $30^\circ$ . Найдите площадь поверхности и объём пирамиды.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно
-----------	---

	выполненное задание
1	2
2	2
3	1
4	2
5	1
6	2
7	2
8	3
итого	15

«5» (отлично)	14 – 15
«4» (хорошо)	11 – 13
«3» (удовлетворительно)	7 – 10
«2» (плохо)	менее 7

### Контрольная работа № 10 по теме «Производная и её применение»

Количество вариантов для студентов: 12 вариантов, в каждом 4 задания

Время выполнения задания: 90 минут.

Оборудование: бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

Критерии оценивания:

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	2 + 2
2	2
3	4
4	2
итого	12

«5» (отлично)	11 – 12
«4» (хорошо)	9 – 10
«3» (удовлетворительно)	6 – 8
«2» (плохо)	менее 6

### Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а)  $y = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ ; б)  $y = \frac{x - 1}{x + 3}$ .



2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 7$  в точке  $a = -3$ .
3. Исследуйте функцию и постройте её график:  $y = \frac{x-2}{2+x}$
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + \frac{4}{x+1}$  на отрезке  $[-2; 0]$ .

### Вариант 2

1. Найдите производную функции:
  - а)  $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$ ; б)  $y = \frac{x^{13}}{x^4 - 2}$ .
2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = \frac{x^4}{4} - x^2 + 8$  в точке  $a = -2$ .
3. Исследуйте функцию и постройте её график:  $y = \frac{x-2}{x+5}$
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1$  на отрезке  $[-1; 3]$ .

### Вариант 3

1. Найдите производную функции:
  - а)  $y = (x+7)(x^2 + 5x + 3)$ ; б)  $y = \frac{2x-4}{x+3}$ .
2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 7 - 2x^2$  в точке  $a = 3$ .
3. Исследуйте функцию и постройте её график:  $y = \frac{4-x}{x+8}$
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x + \frac{4}{x-1}$  на отрезке  $[-2; 0]$ .

### Вариант 4

1. Найдите производную функции:
  - а)  $y = \sqrt{x}(8x - 10)$ ; б)  $y = \frac{x^9 - 3}{x^{15}}$ .
2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = x^4 - x + 4$  в точке  $a = 1$ .
3. Исследуйте функцию и постройте её график:  $y = \frac{x-3}{x-8}$
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$  на отрезке  $[-4; -\frac{1}{3}]$ .

### Вариант 5

1. Найдите производную функции:
  - а)  $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$ ; б)  $y = \frac{x^2}{3-4x}$ .
2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 5x - 2x^3$  в точке  $a = 2$ .

3. Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{4x}{x+1}$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x - 9$  на отрезке  $[0; 4]$ .

### Вариант 6

1. Найдите производную функции:

а)  $y = \sqrt{x}(2x - 4)$ ; б)  $y = \frac{\sin x}{x}$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 7 - 2x^3$  в точке  $a = 3$ .

3. Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{8x - 3}{x + 4}$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$  на отрезке  $[0; 2]$ .

### Вариант 7

1. Найдите производную функции:

а)  $y = (x^2 + 3)(x^6 - 1)$ ; б)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 7x^2 + 6x$  в точке  $a = -0,5$ .

3. Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{x - 9}{9 + x}$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 21$  на отрезке  $[-3; 0]$ .

### Вариант 8

1. Найдите производную функции:

а)  $y = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ ; б)  $y = \frac{18x}{4x^2 - 1}$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = -2x^2 + 6$  в точке  $a = -0,5$ .

3. Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{x - 4}{x + 4}$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 + 9x^2 + 15x + 3$  на отрезке  $[2; 7]$ .

### Вариант 9

1. Найдите производную функции:

а)  $y = e^x \cdot (x^2 - 3x + 5)$ ; б)  $y = \frac{x^2 - 4x}{3x - 7x^2}$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 3x^2 - 7x^3$  в точке  $a = 2$ .

3. Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{2x - 4}{6 - 2x}$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 - 126x + 5$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

### Вариант 10

1. Найдите производную функции:

- а)  $y = (\sin x - 1)(x^3 - 3)$ ; б)  $y = \frac{x^3 - 3x}{x^5}$
- Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = x^3 + 2x - 1$  в точке  $a = -2$ .
  - Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{2x - 5}{4 - x}$
  - Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 - 3x^2 + 9x - 3$  на отрезке  $[0; 2]$ .

### Вариант 11

- Найдите производную функции:
  - $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$ ; б)  $y = \frac{x^2 - 4}{2x - 3}$ .
- Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = 3x^5 - 7x^2 + 4$  в точке  $a = 1$ .
- Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{7 - x}{x + 2}$
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -x^3 - 9x^2 + 3$  на отрезке  $[-2; 3]$ .

### Вариант 12

- Найдите производную функции:
  - $y = \ln x \cdot (x^5 - 6x^4 + 4)$ ; б)  $y = \frac{\sin x}{x^2 - 4}$ .
- Составьте уравнение касательной к графику функции:  $y = \sin x + \cos x$  в точке  $a = \pi/4$ .
- Исследуйте функцию и построите её график:  $y = \frac{4 - 2x}{2x - 6}$
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^4 + 2x^3 - 8$  на отрезке  $[-1; 1]$ .

## Контрольная работа № 11 по теме «Интеграл и его применение»

### Вариант 1

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

- $F(x) = x^4 - 3\sin x$ ,  $f(x) = 4x^3 - 3\cos x$ ;
- $F(x) = 3\cos(5x - 7)$ ,  $f(x) = -15\sin(5x - 7)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{4}{x^2} + 3 \sin x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

$$\text{а) } \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx; \text{ б) } \int_0^{\pi} \cos 2x dx$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2$$

Дана функция  $y = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \sin 3x + \frac{1}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(0; -1)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 2

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 2x^5 - 3\cos x$ ,  $f(x) = 10x^4 + 3\sin x$ ;

б)  $F(x) = 2\sin(3x - 4)$ ,  $f(x) = 6\cos(3x - 4)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (x^8 + 3 \cos x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_3^4 \frac{1}{x^2} dx$ ; б)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 4x, y = 0$$

5. Дана функция  $y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos 3x + \frac{3}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; 2)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ ?

### Вариант 3

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = x^5 + \cos x$ ,  $f(x) = 5x^4 - \sin x$ ;

б)  $F(x) = 2\cos(8x + 6)$ ,  $f(x) = 16\sin(8x + 6)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{1}{x^2} - 2 \cos x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_1^3 x^7 dx$ ; б)  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^2, y = 0, x = -1, x = 0$$

Дана функция  $y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos 2x - \frac{2}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{2}; 0)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

#### Вариант 4

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = x^3 - 2\sin x$ ,  $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ ;

б)  $F(x) = 0.5\sin(6 - 10x)$ ,  $f(x) = 5\cos(6 - 10x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{3}{x^2} + 5 \cos x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^3, y = 0, x = 1, x = 0$$

$$y = 12 \cos 4x + \frac{8}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}$$

Дана функция  $y = 12 \cos 4x + \frac{8}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; 0)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

#### Вариант 5

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = x^6 - 2\cos x$ ,  $f(x) = 6x^5 + 2\sin x$ ;

б)  $F(x) = 3\cos(7x - 5)$ ,  $f(x) = -21\sin(7x - 5)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{5}{x^2} - 4 \sin x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-1}^1 x^{10} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2$$

Дана функция  $y = 3 \sin 3x + \frac{6}{\pi} - \frac{3}{\cos^2 x}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(0; 5)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 6

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 3x^4 - \cos x$ ,  $f(x) = 12x^3 + \sin x$ ;

б)  $F(x) = 2 \sin(4x - 3)$ ,  $f(x) = 8 \cos(4x - 3)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (5x^2 + 3 \cos 2x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_2^5 \frac{3}{x^2} dx$ ; б)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2}{\cos^2 x} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2 - x - x^2, y = 0$$

5. Дана функция  $y = \frac{2}{\sin^2 x} + \cos 4x + \frac{4}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; 1)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

проходит через точку  $(0; 5)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке

$x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 7

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 4x^5 + \cos x$ ,  $f(x) = 20x^4 - \sin x$ ;

б)  $F(x) = 2 \cos(6x + 8)$ ,  $f(x) = 12 \sin(6x + 8)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (6x^2 - 2 \cos x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-4}^{-2} \frac{1}{x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\pi} 4 \sin \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = (2+x)^2, y = 0, x=0$$

Дана функция  $y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos x - \frac{2}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; -1)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 8

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = x^7 - 0,5\sin x, f(x) = 7x^6 - 0,5\cos x$ ;

б)  $F(x) = 0.5\sin(10-6x), f(x) = -3\cos(10-6x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (3x^2 + \frac{5}{\cos^2 x}) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_0^3 \frac{1}{(2x+4)^2} dx$ ; б)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2x - x^2, y = 0$$

Дана функция  $y = 2 \cos 4x + \frac{5}{\pi} + \frac{3}{\sin^2 x}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; -2)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ ?

### Вариант 9

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 8x^2 - 2\sin x, f(x) = 16x - 2\cos x$ ;

б)  $F(x) = 3\cos(7x - 5), f(x) = -21\sin(7x - 5)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (-\frac{5}{x^2} + 7 \sin x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-1}^0 \frac{1}{(6x-5)^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2x - 4x^2, y = 0, x = 4$$

Дана функция  $y = 4 \cos 3x + \frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{3}; -1)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 10

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 0,5x^6 - 13 \cos x, f(x) = 3x^5 + 13 \sin x$ ;

б)  $F(x) = 2 \sin(4x - 3), f(x) = 8 \cos(4x - 3)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{5}{(x+7)^2} + 3 \cos x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_3^8 \frac{1}{8x^2} dx$ ; б)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{3}{\cos^2 x} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 3x + 2, y = x - 1$$

5. Дана функция  $y = \frac{2}{\cos^2 x} + \sin 3x + \frac{2}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{6}; 1)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ ?

### Вариант 11

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 3x^{10} + 2 \cos x, f(x) = 30x^9 - 2 \sin x$ ;

б)  $F(x) = -3 \cos(6x + 8), f(x) = 18 \sin(6x + 8)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{5}{3x^2} - 2 \cos 6x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_1^4 2x^3 dx$ ; б)  $\int_0^{2\pi} 5 \sin \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 1, y = 2x + 2$$



Дана функция  $y = \frac{2}{\cos^2 x} + 3 \sin 4x + \frac{4}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; -2)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

### Вариант 12

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 7x^5 - 12 \sin x$ ,  $f(x) = 35x^4 - 12 \cos x$ ;

б)  $F(x) = 0.5 \sin(10 - 6x)$ ,  $f(x) = -3 \cos(10 - 6x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{3}{(x+6)^2} + 5 \cos 2x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_4^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{3} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 2x + 3, y = 3 - x$$

Дана функция  $y = 12 \sin x + \frac{4}{\pi} - \frac{2}{\cos^2 x}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{3}; -1)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

### Вариант 13

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 2x^4 - 13 \sin x$ ,  $f(x) = 8x^3 - 13 \cos x$ ;

б)  $F(x) = 4 \cos(7x - 5)$ ,  $f(x) = -28 \sin(7x - 5)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int \left( \frac{-5}{x^2} + 6 \sin x \right) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_9^{25} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = (2 - x)^2, y = 0, x = 0$$

5. Дана функция  $y = -\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \sin 2x - \frac{10}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(0; -3)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 14

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

- а)  $F(x) = 12x^5 + 4\cos x$ ,  $f(x) = 60x^4 - 4\sin x$ ;  
 б)  $F(x) = 12\sin(4x - 3)$ ,  $f(x) = 48\cos(4x - 3)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (x^{12} + 7 \cos x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_2^5 \frac{1}{5x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{3} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2$$

Дана функция  $y = -\frac{8}{\sin^2 x} + \cos 4x - \frac{5}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; 2)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

### Вариант 15

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

- а)  $F(x) = 3x^5 + 2\cos x$ ,  $f(x) = 15x^4 - 2\sin x$ ;  
 б)  $F(x) = 0,2\cos(6x + 7)$ ,  $f(x) = -1,2\sin(6x + 7)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{9}{5x^2} - 2 \cos 2x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-1}^3 x^5 dx$ ; б)  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin \frac{x}{4} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9$$

Дана функция  $y = -\frac{3}{\sin^2 x} - \cos 2x + \frac{6}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{2}; 3)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

### Вариант 16

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = x^3 - 2\sin x$ ,  $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ ;

б)  $F(x) = 0.5\sin(6 - 10x)$ ,  $f(x) = 5\cos(6 - 10x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{3}{x^2} + 5 \cos x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^3, y = 0, x = 1, x = 0$$

$$y = 6 \cos 4x - \frac{4}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}$$

Дана функция  $y = 6 \cos 4x - \frac{4}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{4}; -3)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

### Вариант 17

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 4x^4 - 7\sin x$ ,  $f(x) = 16x^3 - 7\cos x$ ;

б)  $F(x) = 0,3\cos(7x - 8)$ ,  $f(x) = -2,1\sin(7x - 8)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{4}{x^2} + 3 \sin x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^2}, y=0, x=1, x=2$$

Дана функция  $y = \frac{\sqrt{2}}{\cos^2 x} - \sin 4x - \frac{9}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(0; 4)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

### Вариант 18

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 11x^5 - 16\cos x, f(x) = 55x^4 + 16\sin x$ ;

б)  $F(x) = 0,2\sin(8x - 9), f(x) = 1,6\cos(8x - 9)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (x^{15} + 3 \cos 8x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_{-2}^4 \frac{4}{3x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{2}) dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = \sqrt[4]{x}, y = 0, x = 4, x = 16$$

5. Дана функция  $y = \frac{9}{\sin^2 x} + \cos 6x - \frac{12}{\pi}$ . Известно, что график некоторой

первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{6}; 2)$ . Чему равно значение этой

первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ ?

### Вариант 19

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 4x^5 + 8 \cos x, f(x) = 20x^4 - 8 \sin x$ ;

б)  $F(x) = 0,8 \cos(5 - 3x), f(x) = -4 \sin(5 - 3x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{11}{7x^2} - 2 \cos 9x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_1^2 x^9 dx$ ; б)  $\int_{\pi}^{2\pi} \sin \frac{x}{8} dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -x, y = 3 - \frac{x}{4}, x = -2, x = 1$$

Дана функция  $y = \frac{-5}{\sin^2 x} + \cos 4x + \frac{10}{\pi}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{2}; 0)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?

### Вариант 20

1. Проверить, является ли функция  $y = F(x)$  первообразной для функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $F(x) = 12x^3 - \sin x, f(x) = 36x^2 - \cos x$ ;

б)  $F(x) = 0.5 \sin(9+12x), f(x) = 6 \cos(9+12x)$

2. Найдите неопределённый интеграл:

$$\int (\frac{-7}{6x^2} + 3 \cos 3x) dx$$

3. Вычислите определённый интеграл:

а)  $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x dx$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = 1 - x, y = 3 - 2x, x = 0$$

Дана функция  $y = 10 \cos 3x + \frac{7}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}$ . Известно, что график некоторой первообразной проходит через точку  $(\frac{\pi}{3}; 0)$ . Чему равно значение этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

#### Критерии оценивания:

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	1 + 1
2	2
3	2 + 3
4	3

5	4
итого	16

«5» (отлично)	14 – 16
«4» (хорошо)	11 – 13
«3» (удовлетворительно)	7 – 10
«2» (плохо)	менее 7

## Контрольная работа №12 по теме: «Элементы теории вероятности и математической статистики»

### Вариант 1

1. Приведен рост (в см) десяти человек: 163, 183, 172, 180, 172, 181, 174, 165, 173, 179. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?
3. В урне находится 15 красных и 9 синих шаров, вынимают наудачу 4 шара. Какова вероятность того, что все шары синие?
4. В партии из 28 деталей 22 – качественные. Наугад выбирают 7 деталей. Найти вероятность того, что из этих 7 деталей две окажутся бракованными.
5. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,7. Найдите вероятность пяти попаданий при восьми выстрелах.

### Вариант 2

1. Приведен рост (в см) десяти человек: 187, 162, 171, 162, 183, 165, 174, 179, 185, 173. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. В урне 20 белых и 25 черных шаров. Из урны вынимают наугад один шар. Найдите вероятность того, что этот шар – белый.
3. К концу дня в палатке осталось 70 арбузов, из которых 55 спелых. Покупатель выбирает 3 арбуза. Какова вероятность того, что все арбузы спелые?
4. Имеется шесть билетов в театр, три из которых на места первого ряда. Какова вероятность того, что из трех наудачу выбранных билетов два окажутся на места первого ряда?
5. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет три раза?

### Вариант 3

1. Приведен размер обуви десяти человек: 36, 39, 43, 39, 41, 38, 42, 37, 43, 40. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. Найти вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет число очков меньше пяти.
3. В лотерее из 100 билетов 12 проигрышных. Какова вероятность того, что из 5 выбранных билетов все окажутся выигрышными?
4. В урне лежит 16 белых и 24 черных шаров. Случайным образом достают 9 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 9 шаров 3 будут белыми?
5. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 15 посеянных семян взойдет 12?

#### Вариант 4

1. Приведен размер одежды десяти человек: 42, 46, 48, 40, 50, 48, 46, 48, 44, 54. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. В лотерее из 800 билетов имеются 60 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет проигрышный?
3. В урне находится 22 черных и 6 красных шаров, вынимают наудачу 3 шара. Какова вероятность того, что все шары синие?
4. В партии из 45 деталей 34 – качественные. Наугад выбирают 6 деталей. Найти вероятность того, что из этих 6 деталей четыре окажутся бракованными.
5. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,85. Найдите вероятность шести попаданий при 10 выстрелах.

#### Вариант 5

1. Приведен рост (в см) десяти человек: 182, 165, 173, 165, 180, 169, 171, 178, 183, 171. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. В урне 25 белых и 21 черных шаров. Из урны вынимают наугад один шар. Найдите вероятность того, что этот шар – черный.
3. К концу дня в палатке осталось 60 арбузов, из которых 45 спелых. Покупатель выбирает 4 арбуза. Какова вероятность того, что все арбузы спелые?
4. Имеется восемь билетов в театр, два из которых на места последнего ряда. Какова вероятность того, что из пяти наудачу выбранных билетов два окажутся на места последнего ряда?
5. Монету подбрасывают 14 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет девять раз?

#### Вариант 6

1. Приведен размер обуви десяти человек: 38, 45, 43, 42, 41, 38, 42, 39, 43, 44. Составьте таблицу распределения данных; постройте многоугольник и гистограмму распределения данных; составьте паспорт данных.
2. Найти вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет число очков больше двух.
3. В лотерее из 250 билетов 18 проигрышных. Какова вероятность того, что из 4 выбранных билетов все окажутся выигрышными?
4. В урне лежит 32 белых и 18 черных шаров. Случайным образом достают 8 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 8 шаров 5 будут белыми?
5. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,75. Какова вероятность того, что из 20 посеянных семян взойдет 18?

#### **Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное
-----------	---

	задание
1	4
2	1
3	2
4	2
5	2
итого	11

«5» (отлично)	10 – 11
«4» (хорошо)	8 – 9
«3» (удовлетворительно)	5 – 7
«2» (плохо)	менее 5

## Контрольная работа №13

### Вариант 1

1. Решите уравнение:

а)  $10^{\log_2(x-3)} \cdot 0.00001 = 0.1^{\log_2(x-7)}$ ; б)  $x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x = 0$ ;

в)  $\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 + x + 1} = \sqrt{2x^2 + 2x + 9}$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x} + \frac{1}{x+1} > 0$ ; б)  $5^{2x+1} - 5^{x+2} \leq 5^x - 5$ ;

в)  $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 12, \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 218, \\ x^2 + xy + y^2 = 109. \end{cases}$$

4. Среднее арифметическое двух чисел равно 20, а их среднее геометрическое равно 12. Найдите эти числа.

### Вариант 2

1. Решите уравнение:

а)  $(\log_{0.1} x - 2)^3 = (2\log_{0.1} x + 1)^3$ ; б)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ ;

в)  $x^2 + \frac{3}{x^2} - 4 = 0$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$ ; б)  $\lg(2x-5) - \lg(22-x) \geq 2$ ;

в)  $\begin{cases} (x-2)(x^2+2x+4) - x^3 < 8x, \\ 3x - 16 \leq x. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x = y + 1, \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6. \end{cases}$$

4. Длина гипотенузы прямоугольного треугольника равна 37 см, а его площадь – 210 см<sup>2</sup>. Найдите длины катетов.



### Вариант 3

1. Решите уравнение:

а)  $0.5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$ ; б)  $x^4 - (x - 2)^2 = 0$ ;

в)  $\sqrt{x^2 + 3x + 3} + \sqrt{x^2 + 3x - 1} = \sqrt{2x^2 + 6x + 2}$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} \leq \frac{13}{6}$ ; б)  $5^{3-x} - 2 \cdot 5^{x-3} > 0$ ; в)  $\begin{cases} \frac{x+5}{x-7} < 1, \\ \frac{3x+4}{4x-2} > -1. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 2y, \\ \log_{\frac{1}{3}}(2y+x) + \log_{\frac{1}{3}}(x-y+1) = \log_3 \frac{1}{y+1}. \end{cases}$$

4. Площадь прямоугольника равна  $972 \text{ см}^2$ , а длина его диагонали равна  $45 \text{ см}$ .  
Найдите длины сторон прямоугольника..

### Вариант 4

1. Решите уравнение:

а)  $\log_{\frac{2}{3}}(7x+9) - \log_{\frac{2}{3}}(8-x) = 1$ ; б)  $4x^3 + 3x - 2 = 0$ ;

в)  $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{x^3 - 8}{x^3 - 1} \leq \frac{x - 2}{x - 1}$ ; б)  $\frac{3^{2x}}{100^x} > 2 \cdot (0.3)^x + 3$ ; в)  $\begin{cases} \frac{x}{x+2} - \frac{24}{(x+2)^2} < 0, \\ -3x < 9. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3, \\ 3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 1. \end{cases}$$

4. Периметр прямоугольного треугольника равен  $90 \text{ см}$ , а его площадь –  $270 \text{ см}^2$ . Найдите длины сторон треугольника.

### Контрольная работа №13 Вариант 5

1. Решите уравнение: а)  $\log_{1.2}(3x-1) + \log_{1.2}(3x+1) = \log_{1.2} 8$ ;

б)  $x^4 + 4x^3 - x^2 - 16x - 12 = 0$ ; в)  $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$ .

2. Решите неравенство: а)  $x(x-1) - \frac{(x-4)^2}{4} > \frac{5x+4}{2}$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{3}}(x-5) + 5\log_{\sqrt{3}}(x-5) < 4$ ; в)  $\begin{cases} 5(1-2x) > 12 - \frac{4x+3}{2}, \\ 1+x < \frac{8-x}{3} - \frac{2-x}{4}. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{5}{3x-y} + \frac{3}{x-3y} = -2, \\ \frac{15}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = 1. \end{cases}$$

4. Площадь прямоугольника равна  $1080 \text{ см}^2$ , а его периметр –  $138 \text{ см}$ . Найдите длины сторон и диагонали прямоугольника.

#### Вариант 7

1. Решите уравнение: а)  $(\sqrt{6x-1}+1)^{11} = (\sqrt{6x+8})^{11}$ ;

б)  $\sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0$ ; в)  $4\sin^2 x + 4 = 17\sin x$ .

2. Решите неравенство: а)  $\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} > -3$ ;

б)  $\log_{\sqrt{10}}(2x^2 + x) < 2$ ; в)  $\begin{cases} x^3 < x, \\ 3x^2 - x > 5 - 15x. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 10 - 3\sqrt[4]{xy}, \\ 2x - 5y = 6. \end{cases}$$

4. Если увеличить ширину прямоугольника на  $4 \text{ м}$ , а его длину уменьшить на  $2 \text{ м}$ , то площадь увеличится на  $8 \text{ м}^2$ ; если же ширину уменьшить на  $3 \text{ м}$ , а длину увеличить на  $1 \text{ м}$ , то его площадь уменьшится на  $23 \text{ м}^2$ . Найдите ширину и длину прямоугольника.

#### Вариант 6

1. Решите уравнение: а)  $\lg \frac{1}{x} = \lg(2x - 7)$ ;

б)  $\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0$ ; в)  $64^{\frac{1}{x}} - 2^{3+\frac{3}{x}} + 12 = 0$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{(x+2)^3}{x} < 9(x+2)$ ; б)  $147 \cdot 7^{x-2} - 3 \cdot 7^{2-x} \leq 0$ ; в)  $\begin{cases} \frac{x^2 - 1.5x - 7}{x - 7} > 0, \\ x^2 < 25. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{6}{x-y} = -1, \\ \frac{5}{y+x} + \frac{9}{x-y} = -2. \end{cases}$$

4. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится  $4$  и в остатке –  $12$ . Если же это число разделить на произведение его цифр, то в частном получится  $1$  и в остатке –  $20$ . Найдите это число.

#### Вариант 8

1. Решите уравнение: а)  $(2^{2x} + 16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}$ ;

б)  $2x^2 \cdot \cos x + 9 = 18\cos x + x^2$ ; в)  $5\sqrt{x+3} + x + 3 = 6$ .

2. Решите неравенство: а)  $\log_{0.5}(2x^2 - 5x) \geq \log_{0.5}(2x - 3)$ ;

б)  $\frac{(x+2)(x-3)}{\sqrt{x-1}} \leq 0$ ; в)  $\begin{cases} \frac{x+5}{5} - \frac{x+2}{4} < \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{2}, \\ \frac{x-2}{3} > 1 + \frac{x-5}{15}. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{x-3}{y+2} = 4, \\ (x-3)^2 + (y+2)^2 = 17. \end{cases}$$

4. Найдите двузначное число, которое при делении на сумму его цифр дает в частном 6, а в остатке – 8; при делении же на разность цифр десятков и единиц в частном получается 24, а в остатке 2.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	2 + 2 + 2
2	2 + 2 + 2
3	4
4	2
итого	20

«5» (отлично)	18 – 20
«4» (хорошо)	14 – 17
«3» (удовлетворительно)	10 – 13
«2» (плохо)	менее 10

**Промежуточная контрольная работа по программе 1 курса**

**Количество вариантов для экзаменующихся:** 2 варианта, в каждом 7 заданий

**Время выполнения экзаменационного задания:** 90 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, калькулятор, справочные данные.

**Критерии оценивания:**

При оценке промежуточной контрольной работы используется пятибалльная система. Оценивание выполнения всех работ осуществляется в соответствии со следующими рекомендациями: задание считается выполненным верно, если студент выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ, который записан в стандартном виде и имеется размерность величины.

№ задания	максимальное количество баллов за правильно выполненное задание
1	2
2	2+2+2

3	2
4	2
5	2
6	2
7	4
8	4
итого	24

«5» (отлично)	21-24
«4» (хорошо)	16-20
«3» (удовлетворительно)	12-15
«2» (плохо)	менее 12
«1»	к работе не приступил.

### Освоенные умения:

1. Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; сравнивать числовые выражения;
2. Находить значение корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений;
3. Выполнять преобразование выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
4. Решать иррациональные, показательные, логарифмические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным;
5. Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
6. Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов);

### Усвоенные знания:

1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
2. Значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития числа; создания математического анализа, возникновение и развития геометрии;
3. Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

### Вариант 1

3. Вычислите:

$$\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{4}}}{5^2}$$

4. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{6+x-x^2} = 1-x$  ;

b)  $3^{2x-1} + 3^{2x} = 108$ ;

c)  $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$ .

5. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную точку  $A$ . Точка  $C$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $3 : 2$ , считая от точки  $A$ . Через точки  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $AB_1$  равна 15 см. Найдите длину отрезка  $AC_1$ .

6. Треугольный  $ABC$  – прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 4 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника и равен 2 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ .

7. Сколькими способами для участия в конференции из 9 человек научного общества можно выбрать четырёх студентов?

8. Векторы  $a$ ,  $b$  и  $c$  заданы их декартовыми координатами:  $a(1;2;-1)$ ,  $b(3;-1;7)$ ,  $c(0;2;4)$ . Найдите координаты вектора  $(a \cdot c)b - c(a \cdot b)$ .

9. Вычислите значения косинуса, тангенса и котангенса, если известно, что  $\sin \alpha = 1/5$  и  $4\pi < \alpha < 5\pi$ .

10. Упростите выражение:

$$\frac{\cos^2(\pi + \alpha)}{1 \cdot \cos^2\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

## Вариант 2

1. Вычислите:

$$\frac{7^{\frac{7}{3}} \cdot 7^{-\frac{4}{3}}}{7^2}$$

2. Решите уравнение:

a)  $\sqrt{6+x-x^2} = 1-x$  ;

b)  $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$ ;

c)  $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$ .

3. Отрезок  $AB$  имеет с плоскостью  $\alpha$  единственную точку  $A$ . Точка  $C$  делит его в отношении  $2 : 1$ , считая от точки  $A$ . Через точки  $C$  и  $B$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $C_1$  и  $B_1$ . Длина отрезка  $AC_1$  равна 12 см. Найдите длину отрезка  $AB_1$ .
4. Треугольный  $ABC$  – прямоугольный и равнобедренный с прямым углом  $C$  и гипотенузой 6 см. Отрезок  $CM$  перпендикулярен плоскости треугольника; расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$  равно 5 см. Найдите длину отрезка  $CM$ .
5. В группе 15 обучающихся. Есть шесть различных билетов, которые нужно раздать в группе (один обучающийся получает не более одного билета). Каким количеством способов это можно сделать?
6. Векторы  $a$ ,  $b$  и  $c$  заданы их декартовыми координатами:  $a(1;2;-1)$ ,  $b(3;-1;7)$ ,  $c(0;2;4)$ . Найдите координаты вектора  $(2b \cdot b)(b - 2c)$ .
7. Вычислите значения синуса, тангенса и котангенса, если известно, что  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  и  $\sin \alpha > 0$ .
8. Упростите выражение:

$$\sin(\alpha - \pi) \cos\left(-\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$$

## ОТВЕТЫ:

### Вариант 1

1.  $\frac{1}{25}$ , c) 0
2. a) 0, b) 2, c) 6
3. 9
4.  $2\sqrt{2}$
5. 126
6. (0; 12; 24)
7.  $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ,  $-\frac{1}{2\sqrt{6}}$ ,  $-2\sqrt{6}$
8. 1

### Вариант 2

1.  $\frac{1}{7}$
2. a) 5, b) 1, c) 3

3. 18

4. 4

5. -

6. (354; -590; -118)

7.  $\frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$ .

8.  $\cos^2 \alpha$

### Итоговая аттестация по предмету

**Форма государственного выпускного экзамена:** решение задач

**Цель:** проверить конечные результаты обучения, выявление степени овладения системой знаний, умений и навыков, полученных в процессе освоения дисциплины.

**Количество вариантов для экзаменующихся:** 12 вариантов. Каждый вариант экзаменационной работы содержит 12 заданий, из которых 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 2 задания с развернутым ответом. Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия (планиметрия и стереометрия). Задания 11 и 12 с развернутым ответом проверяют освоение математики на профильном уровне.

Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики

Содержательные разделы	Количество заданий
Алгебра	5
Уравнения и неравенства	2
Функции	1
Начала математического анализа	1
Геометрия	3
Итого	12

Экзаменационная работа проверяет освоение наиболее важных умений, формируемых при изучении курса математики:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 приведено распределение заданий по видам умений и деятельности. Некоторые задания проверяют освоение нескольких видов умений и деятельности.

Таблица 2. Распределение заданий по видам умений и деятельности

Проверяемые виды умений и деятельности	Количество заданий
Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	5
Уметь выполнять вычисления и преобразования	6
Уметь решать уравнения и неравенства	3
Уметь выполнять действия с функциями	1
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	2
Уметь строить и исследовать математические модели	1

В экзаменационной работе представлены задания базового и повышенного уровней сложности. К заданиям базового уровня относится 10 заданий с кратким ответом. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. К заданиям повышенного уровня относится 2 задания. Эти задания направлены на проверку освоения математики на профильном уровне.

**Время выполнения экзаменационного задания:** 235 минут.

**Оборудование:** бумага, ручка, линейка, карандаш, ластик, справочные данные.

**Основные источники:**

1. Башмаков М.И. Математика, М., Академия, 2019 г.
2. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности. М., Академия, 2019 г.

**Дополнительные источники:**

1. Шипова Л.И., Шипов А.Е. Математика. М., ИНФРА-М, 2020 г.
2. Алимова Ш.А., Калягина Ю.М. и др. Математика. Алгебра и начала анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. М., Просвещение, 2017 г.

**Интернет-ресурсы:**

1. [www.fcior.edu.ru](http://www.fcior.edu.ru) (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

**Критерии оценки:**

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом. Задания 11 и 12 оцениваются 2 баллами, если верно выполнены оба пункта задания, 1 баллом, если верно выполнен один пункт задания, и 0 баллов в других случаях.



Задание с развернутым ответом оценивается экспертом с учетом правильности и полноты ответа. Максимальный первичный балл за задание с развернутым ответом – 2. К заданию приводится подробная инструкция для экспертов, в которой указывается, за что выставляется каждый балл – от нуля до максимального балла. В экзаменационном варианте перед каждым типом задания предлагается инструкция, в которой приведены общие требования к оформлению ответов.

Максимальный балл за всю работу – 14. Рекомендуются следующая шкала перевода суммы первичных баллов в пятибалльную систему оценивания.

### **Шкала пересчета первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной шкале**

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	0–3	4–6	7–9	10–14

Инструкция: Экзаменационная работа состоит из 12 заданий, из которых 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом, 1 задание повышенного уровня сложности с кратким ответом и 2 задания повышенного уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 235 минут.

Ответы к заданиям 1–10 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

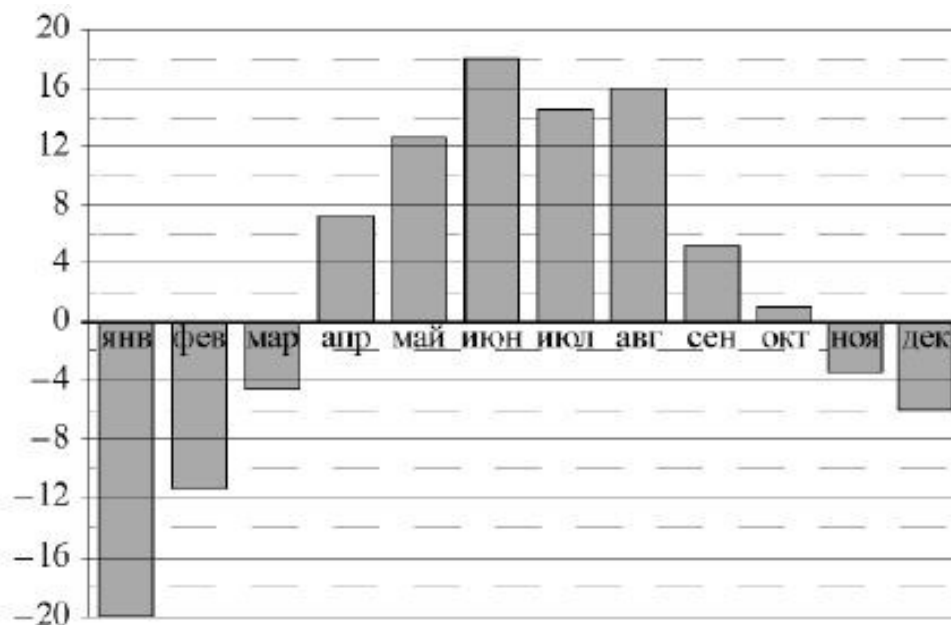
При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

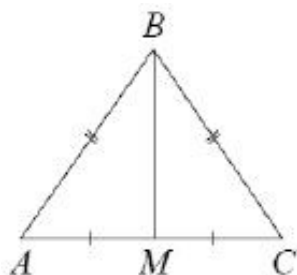
### **Вариант 1**

1. Вычислите  $\left(27^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}}$
2. За месяц на предприятии изготовили 500 приборов. 20% изготовленных приборов не смогли пройти контроль качества. Сколько приборов не прошло контроль качества?
3. Найдите корень уравнения:  $\log_3(4 - 2x) - \log_3 2 = 2$
4. В корзине 9 красных шаров и 3 синих. Шары различаются только цветом. Наугад (не глядя) достаём один из них. Какова вероятность того, что выбранный таким образом шар окажется синего цвета?
5. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Череповце в течение 2001 года. Определите наименьшую среднемесячную температуру во второй половине этого года?



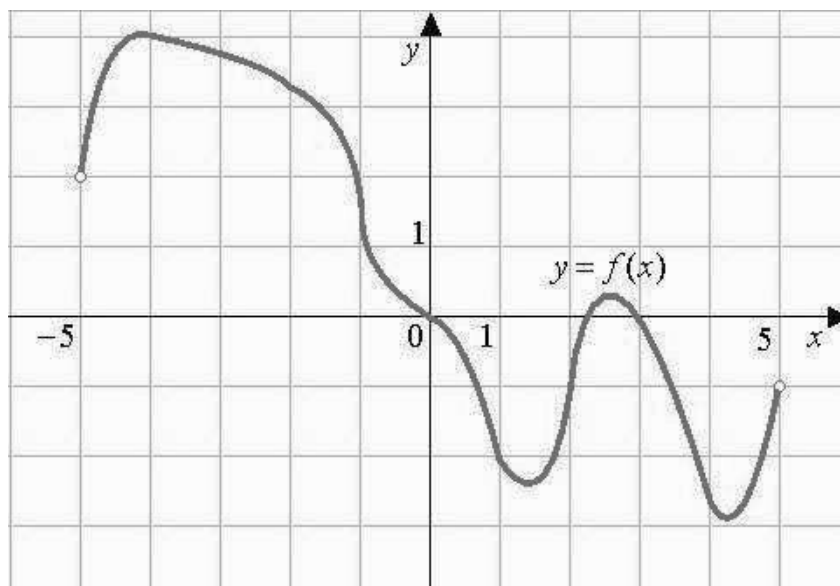
6. Решите неравенство  $10^{3x+1} > 0,001$

7. В треугольнике ABC известно, что  $AB = BC = 17$ ,  $AC = 16$ . Найдите длину медианы BM.



8. Палисад имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 2,5 м и 7 м. Длинной стороной палисад примыкает к дому. Найдите длину забора (в метрах), которым необходимо огородить оставшуюся часть палисада.

9. На рисунке показан график функции  $y = f(x)$ . Определите число экстремумов этой функции на промежутке  $(-5; 5)$ .



10. Бригада асфальтоукладчиков должна уложить 600 кв. метров асфальта. Если они будут укладывать на 50 кв. метров в день больше, чем запланировано, то закончат работу на 2 дня раньше. Сколько кв. метров асфальта в день должна укладывать бригада по плану?

11. а) Решите уравнение:  $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$ ;

б) Укажите все его корни, принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi]$ .

12. Все грани параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – равные ромбы со стороной  $2\sqrt{7}$  см и острым углом  $60^\circ$ .

1) Постройте сечение параллелепипеда, проходящего через точки В, D и М, если М – середина ребра  $B_1 C_1$ .

2) Найдите периметр этого сечения.

### Вариант 2

$$\frac{12^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{-\frac{1}{6}}}$$

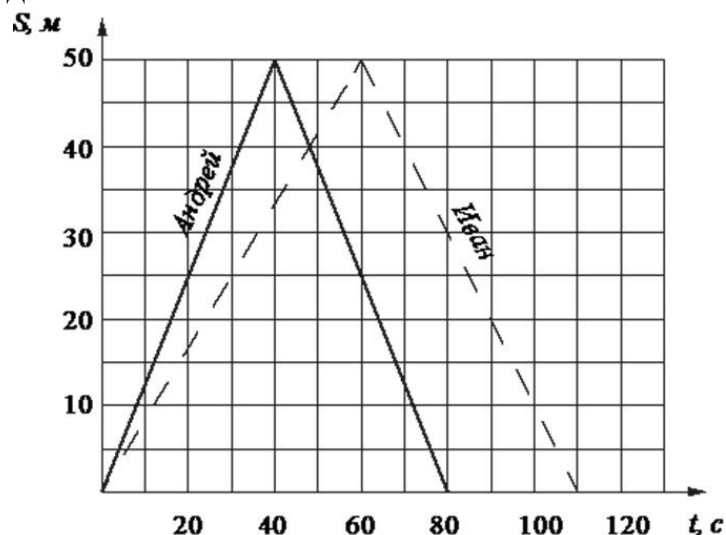
1. Вычислите:

2. При плановом задании 60 деталей в день токарь вытачивает 66 деталей. На сколько процентов токарь выполнил план?

3. Найдите корень уравнения:  $128 \cdot 16^{2x+1} = 8^{3-2x}$ .

4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4?

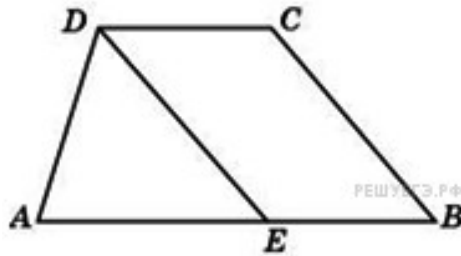
5. Андрей и Иван соревнуются в плавании на дистанции 100 м в пятидесятиметровом бассейне. Определите, сколько времени понадобилось победителю этого соревнования, чтобы преодолеть первую половину дистанции. Ответ дать в секундах.



6. Решите неравенство:  $\log_{0,25}(3x - 5) > -3$ .

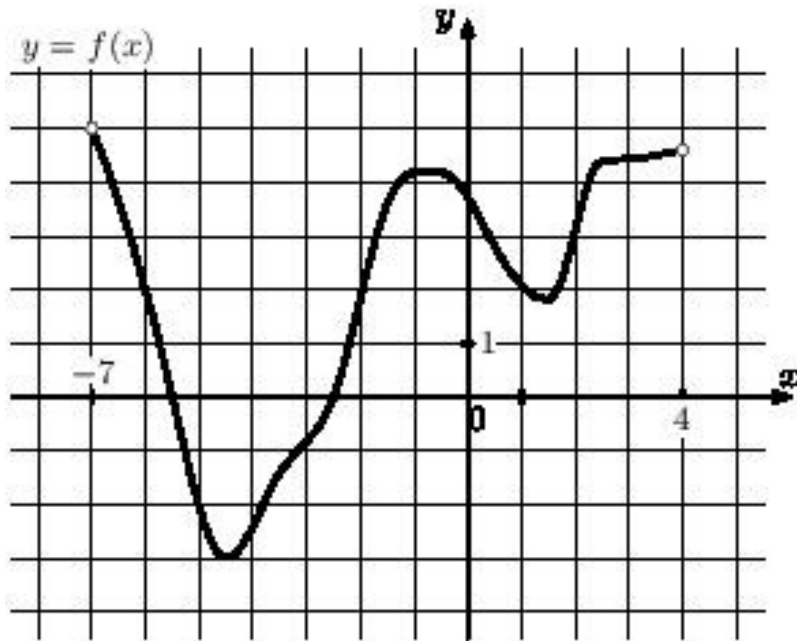
7. Вычислите длину высоты равностороннего треугольника, сторона которого равна 12 см.

8. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



9. На рисунке показан график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . Определите число целых точек из промежутка  $(-7; 4)$ , в которых производная этой функции отрицательна.

10.



11. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

12. а) Решите уравнение:  $\sin x = \cos x$ ;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; 0]$ .

13. В основании правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит треугольник со стороной 8 см. Высота призмы равна 3 см. Точка  $N$  — середина ребра  $A_1C_1$ .

А) Постройте сечение призмы плоскостью  $BAN$ .

В) Найдите периметр этого сечения.

### Вариант 3

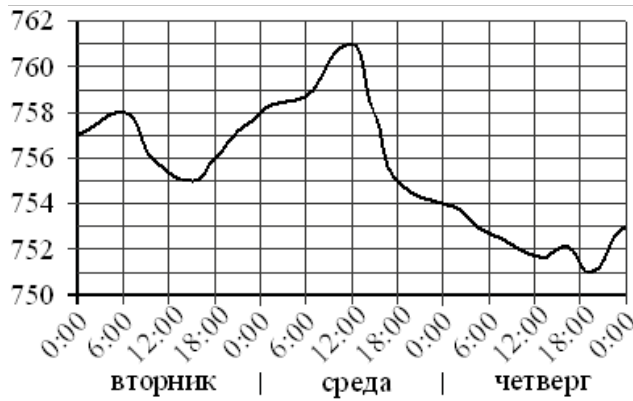
$$\frac{\left(7^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{9}{8}}}$$

1. Вычислите:

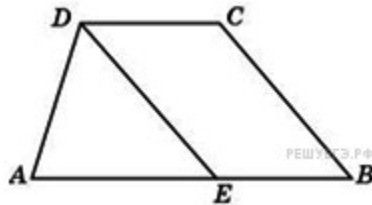
2. Розничная цена электрического прибора 360 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких приборов можно купить по оптовой цене на 10000 рублей?

$$\frac{1}{3} \log_3 (2x + 1) = 1$$

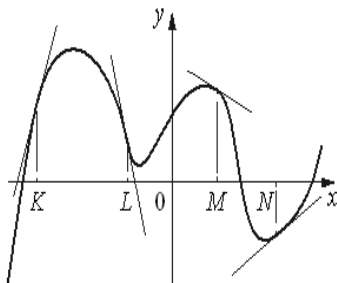
3. Найдите корень уравнения:
4. В среднем из 1500 электрических лампочек, поступивших в продажу, 3 неисправны. Найдите вероятность того, что одна случайно выбранная для контроля лампочка рабочая.
5. На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите значение атмосферного давления во вторник в 6 часов утра. Ответ дайте в мм рт. ст.



6. Решите неравенство:  $8 \cdot 2^{x-1} - 2^x > 48$
7. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 13 см, один из катетов меньше гипотенузы на 1 см. Найдите катеты этого треугольника.
8. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 6, отсекает треугольник, периметр которого равен 21. Найдите периметр трапеции.



9. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ .  
На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) K	1) -4
Б) L	2) 3
В) M	3) $\frac{2}{3}$
Г) N	4) -0,5

Укажите, в каких точках ( K, L, M или N ) производная этой функции положительна.

10. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

11. а) Решите уравнение:  $\cos^2 x - \cos 2x = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ .

12. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB$  равна 5 см, а боковое ребро  $AA_1$  равно 12 см.

А) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки В, D и М, где М – середина ребра  $CC_1$ .

В) Найдите площадь этого сечения.

### Критерии оценивания

Каждое верно выполненное из заданий 1–10 оценивается 1 баллом.

Каждое верно выполненное из заданий 11–12 оценивается 2 баллами.

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	0–3	4–6	7–9	10–14