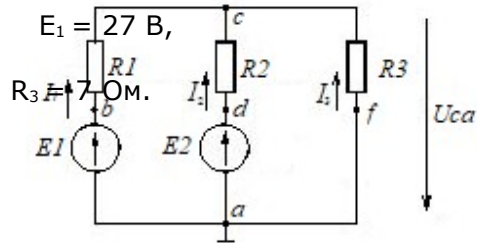


Пример решения задачи



Исходные данные:

$$E_2 = 4 \text{ В},$$


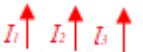
$$R_1 = 4 \text{ Ом}, R_2 = 3 \text{ Ом},$$

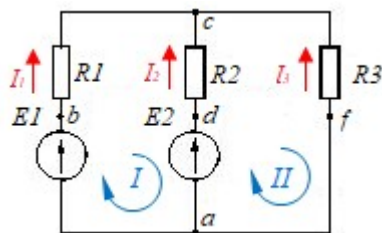
Найти:
силу тока в резисторах:
 R_1, R_2, R_3 .

значения
напряжения U_{ab}, U_{ca} ,

U_{bf} .

Составить баланс мощности.

- Шаг 1. Перерисовываем заданную схему.
- Шаг 2. Определяем количество узлов в схеме (n): $n = 2$ (узел b и узел h).
- Шаг 3. Определяем количество уравнений, которые необходимо составить для решения задачи, используя 1 закон Кирхгофа ($n-1$): требуется составить 1 уравнение ($n-1 = 2-1 = 1$).
- Шаг 4. Определяем узлы для составления уравнений по 1 закону Кирхгофа. Из двух присутствующих в схеме узлов (b и h) произвольно выбираем один (т.к. необходимо составить одно уравнение), например узел b .
- Шаг 5. Определяем количество ветвей (токов, контуров) в схеме (m): $m = 3$ (ветви aq, bh, ck).
- Шаг 6. Определяем количество уравнений, которые необходимо составить для решения задачи, используя 2 закон Кирхгофа ($m-(n-1)$): требуется составить 2 уравнения ($m-(n-1) = 3-(2-1) = 3 - 1 = 2$).
- Шаг 7. Определяем замкнутые контуры для составления уравнений по 2 закону Кирхгофа. Из трех замкнутых контуров схемы ($abhqa, bckhb, askqa$) произвольно выбираем два (т.к. необходимо составить два уравнения), например, $abhqa$ и $bckhb$.
Замкнутые контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый последующий выбираемый контур входила хотя бы одна ветвь, не вошедшая ни в один из предыдущих уже выбранных контуров.
- Шаг 8. Для выбранных замкнутых контуров ($abhqa$ и $bckhb$) произвольно задаем положительное направления их обхода, например, по часовой стрелке.
На рисунке показано как .
- Шаг 9. Для каждой ветви произвольно задаем положительное направление тока.
На рисунке показано как .



- Шаг 10. Для узла c составляем уравнение на основании 1 закона Кирхгофа:
 $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1)
- Шаг 11. Для контуров $abca$ и $bcfb$ составляем уравнения на основании 2 закона Кирхгофа:
 $R_1 I_1 - R_2 I_2 = -E_2 + E_1$ (2)
 $R_2 I_2 - R_3 I_3 = E_2$ (3)
- Шаг 12. Объединяем уравнения (1), (2), (3) в систему:

$$(a) \begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0 & (4) \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = -E_2 + E_1 & (5) \end{cases}$$

$$\mathbf{R}_2\mathbf{I}_2 - \mathbf{R}_3\mathbf{I}_3 = \mathbf{E}_2 \quad (6)$$

Полученная система (а) представляет собой систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными ($\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}_3$).

Шаг 13. Перепишем систему (а), подставив вместо $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$, их заданные численные значения:

$$(6) \begin{cases} \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0 & (7) \\ 4\mathbf{I}_1 - 3\mathbf{I}_2 = -4 + 27 & (8) \\ 3\mathbf{I}_2 - 7\mathbf{I}_3 = 4 & (9) \end{cases}$$

или, что то же самое

$$(в) \begin{cases} \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0 & (10) \\ 4\mathbf{I}_1 - 3\mathbf{I}_2 = 23 & (11) \\ 3\mathbf{I}_2 - 7\mathbf{I}_3 = 4 & (12) \end{cases}$$

Шаг 14. Систему (в) – систему трех уравнений с тремя неизвестными ($\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}_3$) решаем, например, методом исключения переменных. Из (10) системы (в) выразим \mathbf{I}_3 :

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = -\mathbf{I}_3 \quad (13)$$

Шаг 15. Значение \mathbf{I}_3 , (см. 13) подставим в (12), получим:

$$(г) \begin{cases} 4\mathbf{I}_1 - 3\mathbf{I}_2 = 23 & (14) \\ 3\mathbf{I}_2 - 7(-\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 4 & (15) \end{cases}$$

Таким образом система из 3-х уравнений с тремя неизвестными (в) сведена к системе из 2 уравнений с двумя неизвестными (г).

Шаг 16. Упростим систему (г):

$$(д) \begin{cases} 4\mathbf{I}_1 - 3\mathbf{I}_2 = 23 & (16) \\ 7\mathbf{I}_1 + 10\mathbf{I}_2 = 4 & (17) \end{cases}$$

Шаг 17. Из (17) системы (д) выразим \mathbf{I}_2 :

$$\mathbf{I}_2 = (4 - 7\mathbf{I}_1)/10 \quad (18)$$

Шаг 18. Значение \mathbf{I}_2 (18) подставим в (16), получим:

$$4\mathbf{I}_1 - 3(4 - 7\mathbf{I}_1)/10 = 23 \quad (19)$$

Шаг 19. Упростим (19):

$$6,1\mathbf{I}_1 = 24,2 \quad (20)$$

Шаг 20. Из (20) найдем \mathbf{I}_1 :

$$\mathbf{I}_1 = 3,9671 \text{ A} \quad (21)$$

Шаг 21. Значение \mathbf{I}_1 подставим в (18) и найдем \mathbf{I}_2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_2 &= (4 - 7 \cdot 3,97)/10 \\ \mathbf{I}_2 &= -2,377 \text{ A} \end{aligned} \quad (22)$$

Шаг 22. Значение $\mathbf{I}_1 = -2$ из (21) и $\mathbf{I}_2 = 5$ из (22) подставим в (13), найдем \mathbf{I}_3 :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_3 &= -\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = -3,97 + 2,38 = -1,59 \\ \mathbf{I}_3 &= -1,59 \text{ A} \end{aligned} \quad (23)$$

Шаг 23. Найдены все значения токов (в амперах):

$$(e) \begin{cases} I_1 = 3,97 \text{ A} \\ I_2 = - 2,38 \text{ A} \\ I_3 = - 1,59 \text{ A} \end{cases}$$

Шаг 24. Сделаем баланс мощности:

Найдем мощность, рассеиваемую на резисторах схемы:

$$P_{\Sigma R} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = R_1(I_1)^2 + R_2(I_2)^2 + R_3(I_3)^2 = 4(3,97)^2 + 3(- 2,38)^2 + 7(- 1,59)^2 = 97,73 \text{ Вт}$$

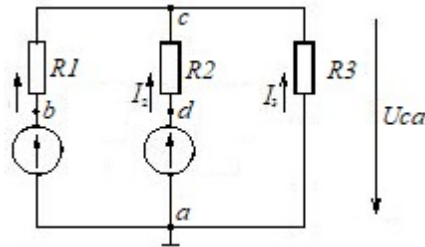
Найдем мощность, отдаваемую источниками:

$$P_{\Sigma E} = P_{E1} + P_{E2} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 27 * 3,97 + 4 * (- 2,38) = 97,67 \text{ (Вт)}$$

Баланс мощности соблюден: мощность, рассеиваемая на резисторах схемы, мощности, отдаваемой источниками (разница возможна из-за округления результатов, но не в целой части).

Шаг 25. Найдем значения напряжений U_{ab} , U_{ca} , U_{bf} по построенным потенциальным диаграммам

В данном примере потенциальную диаграмму строим для первого контура цепи, схема которой изображена на рисунке.



В рассматриваемый контур входят два источника питания E1 и E2, а также два потребителя энергии R1, R2.

Разбиваем данный контур на участки, границы которых обозначаем буквами a, b, c, d. Заземляем точку a, условно считая её потенциал нулевым, и обходим контур по часовой стрелке от этой точки. Таким образом, $\varphi_a = 0$.

Следующей точкой на пути обхода контура будет точка b. На участке ab находится источник ЭДС E1. Так как на данном участке мы идем от отрицательного полюса источника к положительному, то потенциал повышается на величину E1:

$$\varphi_b = \varphi_a + E_1 = 0 + 27 = 27 \text{ В}$$

При переходе от точки b к точке c происходит уменьшение потенциала на величину падения напряжения на резисторе R1 (направление обхода контура совпадает с направлением тока в резисторе R1):

$$\varphi_c = \varphi_b - I_1 R_1 = 27 - 3,9671 \times 4 = 11,1316 \text{ В}$$

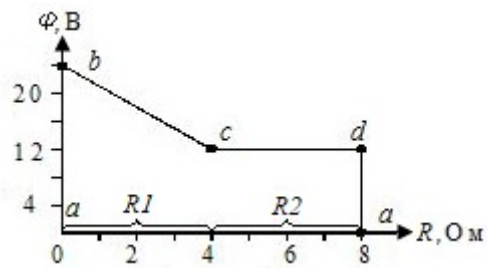
При переходе к точке d потенциал возрастает на величину падения напряжения на резисторе R2 (на этом участке направление тока встречно направлению обхода контура):

$$\varphi_d = \varphi_c + I_2 R_2 = 11,1316 + (-2,377) \times 3 = 4 \text{ В}$$

Потенциал точки a меньше потенциала точки d на величину ЭДС источника E2 (направление ЭДС встречно направлению обхода контура):

$$\varphi_a = \varphi_d - E_2 = 4 - 4 = 0 \text{ В}$$

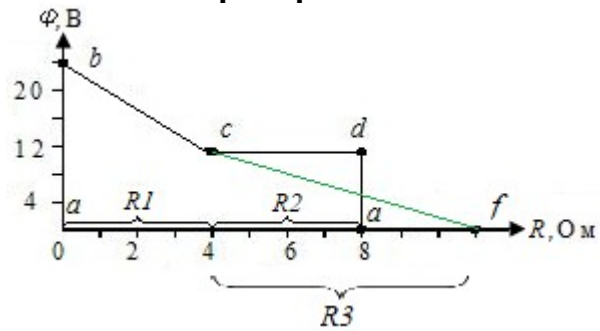
Результаты расчета используют для построения потенциальной диаграммы. На оси абсцисс откладывают сопротивление участков в той последовательности, как они встречаются при обходе контура от точки с нулевым потенциалом. Вдоль оси ординат откладывают рассчитанные ранее потенциалы соответствующих точек (рисунок).



Для определения потенциала точки f определяем

$$\varphi_f = \varphi_c + I R_3 = 11,13 + (-1,59 \times 7) = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_f = \varphi_a = 0 \text{ В}$$



Для определения падения напряжения между двумя точками необходимо определить разность потенциалов

$$U_{ca} = \varphi_c - \varphi_a = 12 - 0 = 12 \text{ В}$$