

## Однофазные электрические цепи переменного тока. Переменный электрический ток.

Электрический ток, который через определенные промежутки времени изменяется по величине и направлению, называется **переменным током**. На практике главным образом используется переменный ток, изменяющийся с течением времени по синусоидальному закону – **синусоидальный (периодический) переменный ток**.

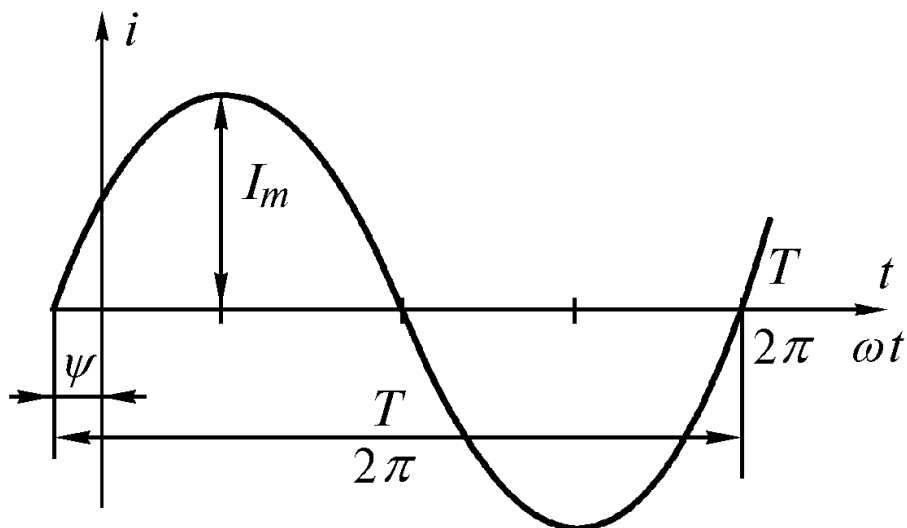


Рисунок 1 – Временная диаграмма синусоидального переменного тока

### Основные параметры переменного тока.

Текущие значения  $i$ , соответствующие различным моментам времени, называются **мгновенными значениями  $i$** .

Значение  $I_m$  – максимальное значение тока, называется **амплитудным значением** или **амплитудой**.

Мгновенные значения переменных величин, изменяющихся по синусоидальному закону, определяются по формулам

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e); u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Полный цикл изменения значений ЭДС или тока происходит за время  $T$  (рис. 1), которое называется **периодом**. **Период** – это интервал времени между значениями, находящимися в одной фазе.

**Фазой** называется переменный угол  $\alpha = \omega t$ . Фазами ЭДС и тока являются аргументы синуса  $\omega t + \psi_e$  и  $\omega t + \psi_i$ . Величины  $\psi_e$  и  $\psi_i$ , определяющие значение ЭДС и тока в начальный момент времени ( $t = 0$ ), называются **начальными фазами** ЭДС и тока. На рисунке 1 приведен график синусоидального тока с начальной фазой  $\psi$ .

Количество циклов в течение секунды называется **частотой** переменной ЭДС или переменного тока и определяется выражением

$$f = \frac{1}{T}$$

Частота измеряется в единицах в секунду ( $s^{-1}$ ) и выражается в герцах (Гц). Изменение величины угла поворота в течение 1 с называется **угловой (циклической) частотой** переменного тока и обозначается греческой буквой  $\omega$ . Угловая частота измеряется в радианах и определяется выражением

$$\omega = 2\pi f$$

Действующее значение переменного тока соответствует значению постоянного тока, который за время одного периода оказывает такое же тепловое

(механическое и др.) действие, как и данный переменный ток. Действующие значения переменных ЭДС, напряжения и тока обозначаются соответственно буквами  $E$ ,  $U$  и  $I$ , точно так же, как и в цепях постоянного тока.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

Аналогично получаются выражения

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Помимо действующих ЭДС и токов рассматриваются и **средние значения** этих величин. Для синусоидальных ЭДС, токов и напряжений среднее значение за полный период равно нулю, так как площади отрицательных и положительных полувольт синусоид равны по величине и различны по знаку.

Для периодических величин, кривые которых симметричны относительно оси времени, принято определять среднее значение за положительный полупериод.

### Графическое изображение переменных величин

На рисунке 2 приведен график изменения синусоидального напряжения и тока с мгновенными значениями

$$i = I_m * \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u = U_m * \sin(\omega t - \psi_u)$$

имеющих разные начальные фазы, следовательно, между ними будет иметь место сдвиг по фазе. Как видно из графика, ток опережает напряжение на угол сдвига  $\varphi$ .

$$\varphi = \psi_i - \psi_u$$

Заменим графики ЭДС и тока векторами.

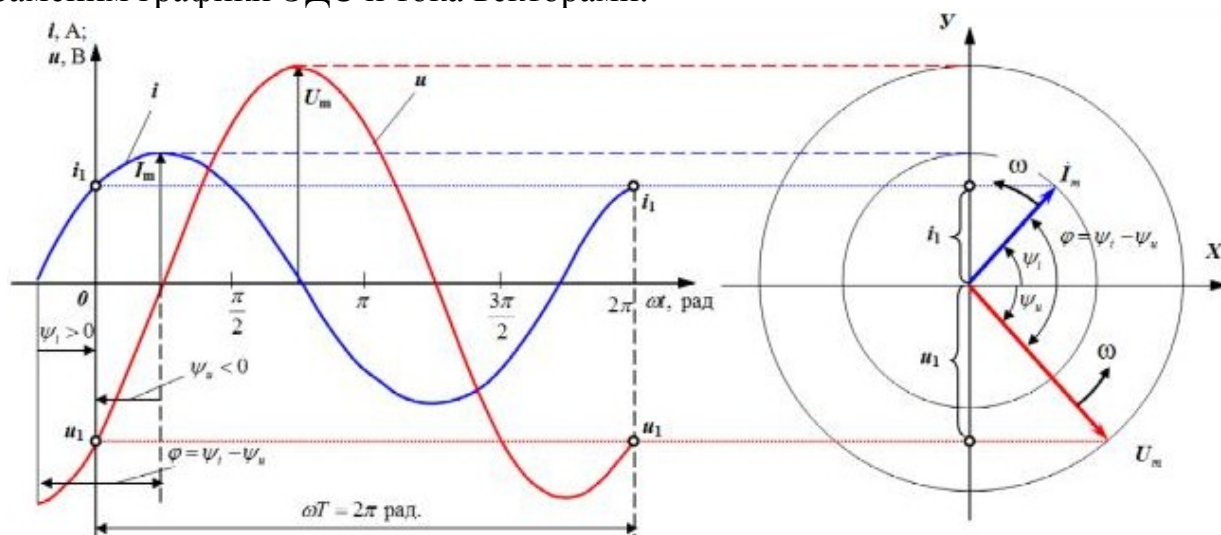
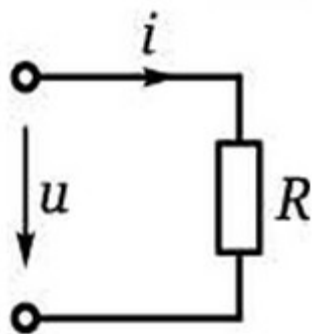


Рисунок 2 – Соответствие синусоидальных функций и вращающихся векторов  
Результат произведенной замены приведен на рисунке 2.

Векторная диаграмма напряжения и тока - это графическое изображение переменных напряжения и тока, которое называется векторной диаграммой. Векторная диаграмма необходима для сложения и вычитания синусоидальных сигналов. Для аналитических расчетов применяются два метода: символический в комплексной форме и метод разложения на активную и реактивную составляющие.

### Простые цепи однофазного переменного тока.

## Активное сопротивление в цепи синусоидального тока.

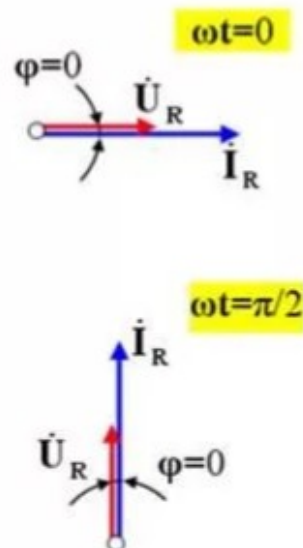
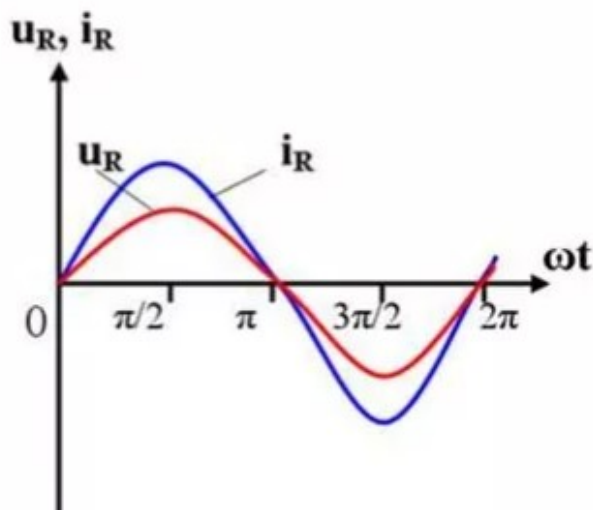


Если на синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin \omega t$  включить резистивный элемент, то в цепи возникает мгновенный ток

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t$$

Для цепи, обладающей только активным сопротивлением  $R$ , ток и напряжение совпадают по фазе. На рисунке изображены временная диаграмма и векторная диаграмма, из которой так же следует, что направление векторов тока и напряжения совпадают при любой угловой частоте питающего напряжения.

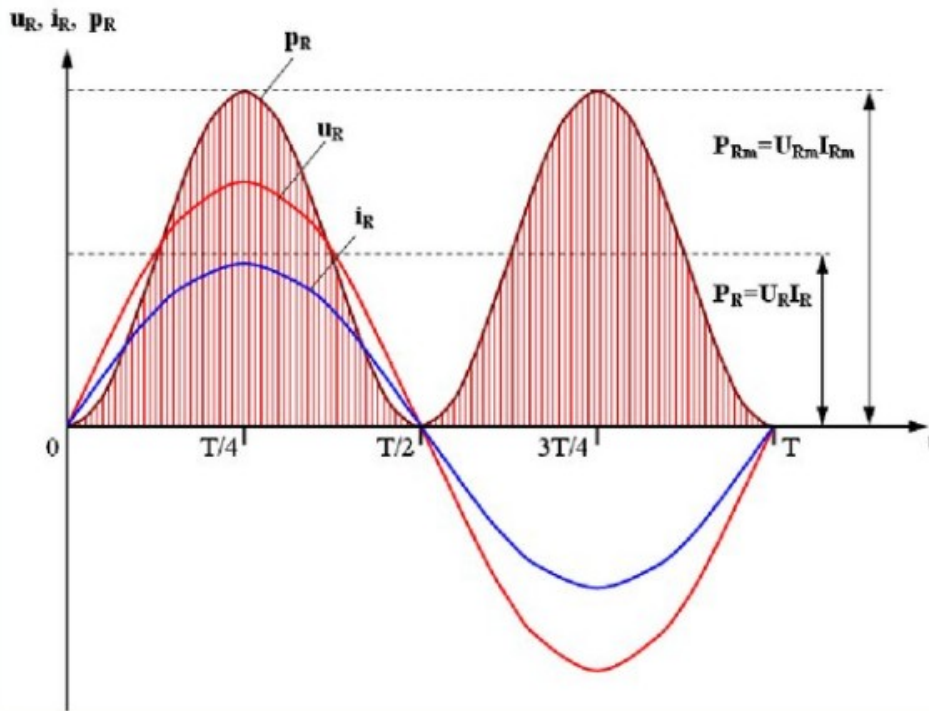
Закон Ома для такой цепи, в амплитудных значениях, действующих значениях



имеет вид

$$I_m = \frac{U_m}{R}, I = \frac{U}{R},$$

Сопротивление резистора в цепи переменного тока будет больше, чем сопротивление этого же резистора в цепи постоянного тока при одинаковых значениях постоянного и действующего напряжений. Это происходит за счет неравномерного распределения тока в проводнике и потерь энергии в окружающую среду. Поэтому в отличие от сопротивления постоянному току сопротивление  $R$  в цепи переменного тока называется активным. К нагрузке, обладающей при промышленной частоте только активным сопротивлением, относятся реостаты, электрические лампы, нагревательные приборы и другие подобные устройства.



Мгновенная мощность цепи равна произведению мгновенных значений тока и напряжения:

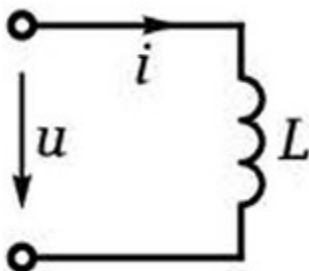
$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = 2UI \sin^2 \omega t.$$

Из полученного выражения следует, что мгновенная мощность  $p$  на активном сопротивлении всегда положительна (см. рис.) и изменяется от 0 до  $P_m = U_m I_m$ . Это означает, что в цепи с активным сопротивлением энергия в течение всего периода потребляется от источника и преобразуется, на сопротивлении, в теплоту.

Мощность в цепи с активным сопротивлением называется активной, обозначается символом  $P$  и измеряется в ваттах (Вт) и определяется по формуле

$$P = UI = I^2 R$$

### Индуктивность в цепи синусоидального тока.



Переменный ток в цепи с индуктивностью изменяется по синусоидальному закону

$$i = I_m \sin \omega t.,$$

то напряжение можно записать

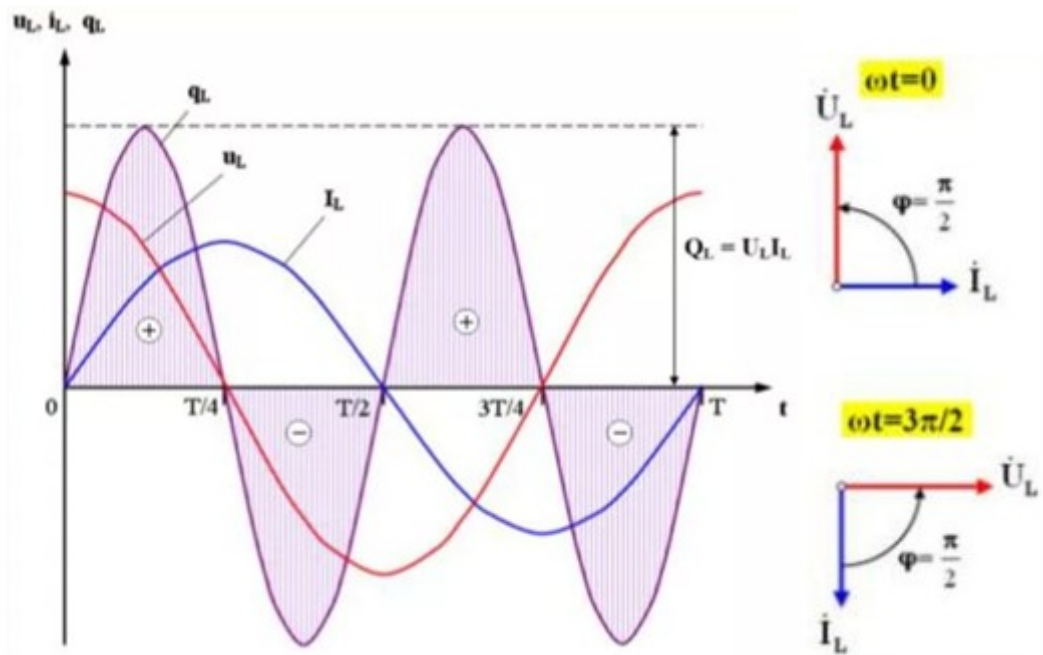
$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{d I_m \sin \omega t}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t$$

**Таким образом напряжение на зажимах катушки опережает ток на  $90^\circ$ .**

Это видно по временной и векторной диаграммам (см рисунок). Величина

$$X_L = \omega L$$

имеет размерность сопротивления и называется индуктивным сопротивлением. Это сопротивление отличается от активного и называется реактивным сопротивлением. Векторная и временная диаграммы показаны на рисунке.



Мгновенная мощность в цепи с индуктивностью определяется

$$p = ui = U_m \cos \omega t I_m \sin \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2 \omega t = UI \sin 2 \omega t$$

изменяется с двойной частотой. При нарастании тока (независимо от его направления) происходит накопление энергии магнитного поля, которая поступает из сети. Накопленная энергия увеличивается от нуля до максимального значения. Цепь в данном случае работает в режиме потребителя.

При уменьшении тока энергия магнитного поля катушки снижается от максимального значения до нуля. Накопленная энергия возвращается в сеть, цепь работает в режиме генератора.

Таким образом, в цепи с идеальной катушкой индуктивности энергия не расходуется, а происходит периодический обмен ею между сетью и катушкой индуктивности.

Средняя мощность за период равна нулю, активная мощность  $P$  также равна нулю. Максимальное значение мощности в цепи с индуктивностью принято называть реактивной мощностью и обозначать символом  $Q_L$ ;

$$Q_L = U_L I = I^2 \omega L = I^2 X_L = \frac{U_L^2}{X_L}$$

Единица измерения реактивной мощности  $Q$  - вольт-ампер реактивный (вар).

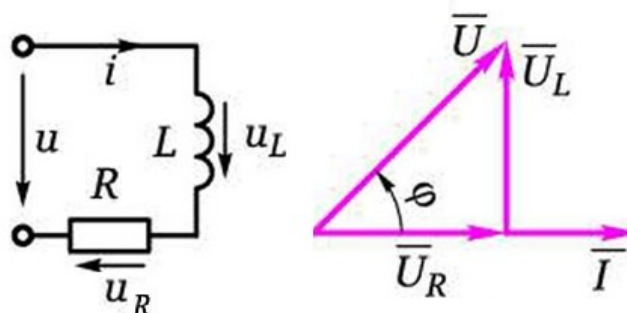
*Цепь с индуктивностью и активным сопротивлением*

Реальная катушка индуктивности всегда содержит активное сопротивление, поскольку выполнена медным или алюминиевым проводом.

Тогда в соответствии со вторым законом Кирхгофа в векторной форме

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$$

Векторная диаграмма и схема в этом случае имеет вид, приведенный на рисунке.



Векторы напряжений образуют прямоугольный треугольник — треугольник напряжений, из которого следует, что

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{I Z}$$

Отсюда выражение  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  — это полное сопротивление, измеряемое в омах.

Для такой цепи можно определить:

- активную мощность  $P = UI \cos \varphi = I^2 R$ , измеряемую в ваттах (Вт);
- реактивную мощность индуктивного характера  $Q_L = UI \sin \varphi = I^2 X_L$ , измеряемую в вольт-амперах реактивных (вар);
- полную мощность  $S = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = UI$ , измеряемую в вольт-амперах (ВА).

Исходя из формул мощностей можно записать

$$P = S \cos \varphi, \quad Q_L = S \sin \varphi$$

Отношение активной мощности к полной

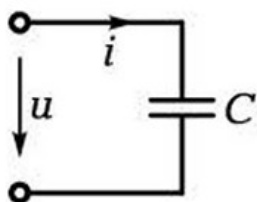
$$\frac{P}{S} = \cos \varphi$$

называется коэффициентом мощности, который  $\cos \varphi$  показывает, какая часть  $P$  полной мощности может совершать полезную работу.

Коэффициент мощности определяется параметрами цепи

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

*Емкость в цепи синусоидального тока.*



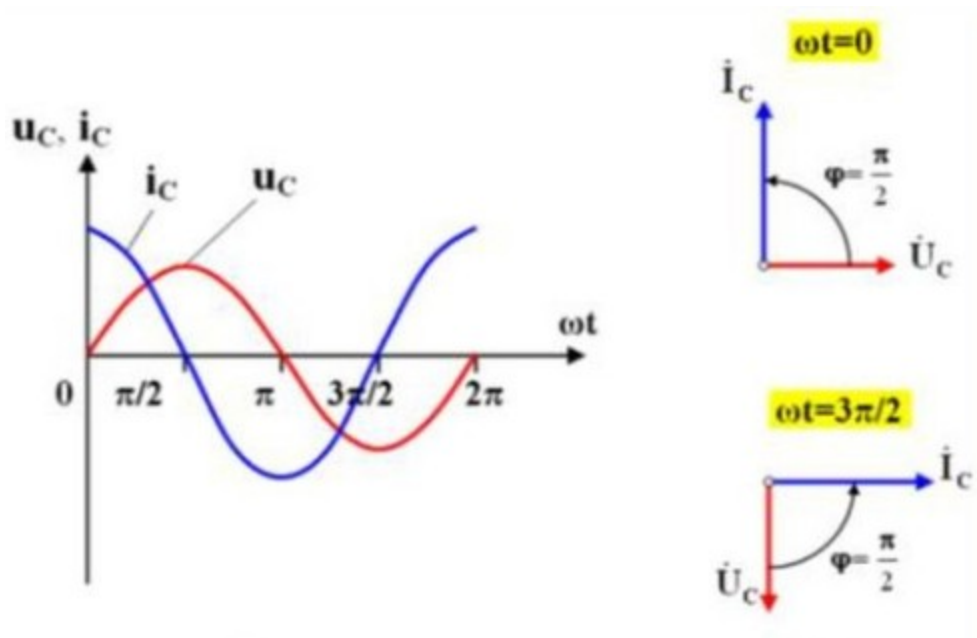
Если на зажимах цепи с конденсатором напряжение изменяется по синусоидальному закону,

$$u = U_m \sin \omega t,$$

то ток изменяется по закону

$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \cos \omega t$$

и опережает напряжение на  $90^\circ$  (см рис). Векторная диаграмма цепи с емкостью принимает вид,



В формуле тока  $I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}}$ , величина  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  имеет размерность сопротивления и называется емкостным сопротивлением. Это сопротивление также является реактивным сопротивлением.

Мгновенная мощность в цепи с емкостью

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \cos \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t$$

как и в цепи с индуктивностью, изменяется с двойной частотой. Средняя мощность за период равна нулю, активная мощность  $P$  также равна нулю. Таким образом, в цепи с емкостью, как и в цепи с идеальной катушкой индуктивности, энергия, получаемая от сети, не расходуется, а происходит периодический обмен ею между источником и емкостью (конденсатором).

Максимальное значение мощности в цепи с емкостью принято называть реактивной мощностью

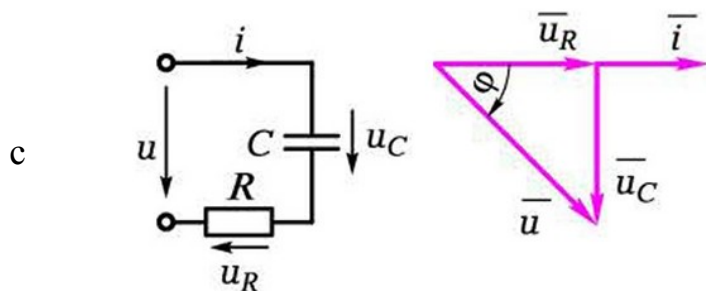
$$Q_c = U_c I = \frac{I^2}{\omega C} = I^2 X_c$$

Единица измерения реактивной мощности — вольт-ампер реактивный (вар).

В связи с различием фазовых сдвигов между током и напряжением на индуктивности и емкости условно принято считать индуктивное сопротивление потребителем, а емкостное – генератором реактивной мощности.



### Цепь с емкостью и активным сопротивлением



Процессы в цепи с емкостью и активным сопротивлением могут быть проанализированы по аналогии цепью, содержащей индуктивность и активное сопротивление. Только в этой цепи напряжение отстает от тока на угол  $\varphi$ . При этом полное

сопротивление  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ , а полная мощность  $S = \sqrt{P^2 + Q_C^2} = UI$ , где реактивная мощность емкостного характера  $Q_C = UI \sin \varphi = I^2 X_C$ .

*Примечание:* чтобы запомнить на каком элементе отстает ток, нужно сопоставить: КАТУШКА – (кат – когда отстает ток); КОНДЕНСАТОР – (кон – когда отстает напряжение)