МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Автономное профессиональное образовательное учреждение Удмуртской Республики
«Техникум радиоэлектроники и информационных технологий
имени А.В. Воскресенского»

Практические работы по учебному предмету УП.03 Математика

Разработал
преподаватель: С.И. Попова

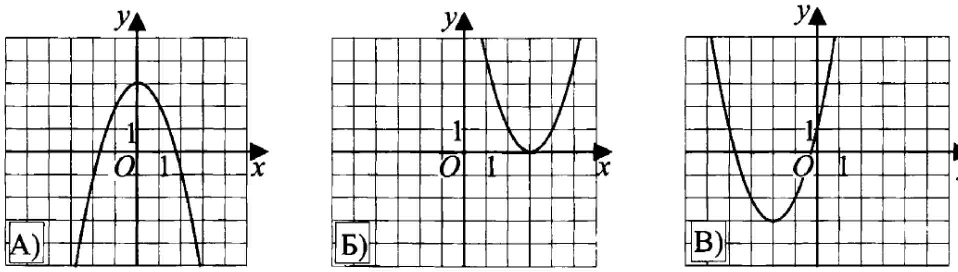
Ижевск, 2023

Практическая работа № 1 по теме:
«Решение алгебраических задач».

1. Найдите значение выражения $\dfrac{1,6 \cdot 2,5 \cdot 10^4}{0,4 \cdot 10^3}$

2. Решите уравнение $\dfrac{x - 174}{x - 63} = -2$

3. Установите соответствие между графиками функций, которые их задают

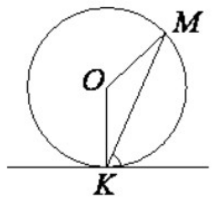


	4
А	Б

1) $y = x^2 + 3$ 2) $y = (x-3)^2$ 3) $y = -x^2 + 3$ 4) $y = (x+2)^2 - 3$

4. Найдите значение выражения $\left(a^3 - 25a\right) \cdot \left(\dfrac{1}{a+5} - \dfrac{1}{a-5}\right)$ при $a = -10$.

5. При каких значениях *а* выражение *9 – 0,3а* принимает положительные значения?



6. Прямая касается окружности в точке К. Точка О – центр окружности. Хорда КМ образует с касательной угол, равный 50^0. Найдите величину угла МОК.

7. Катеты прямоугольного треугольника равны $20\sqrt{41}$ и $25\sqrt{41}$. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

8. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

9. Площадь прямоугольного треугольника равна $250\sqrt{75}$. Один из острых углов равен 30^0. Найдите длину гипотенузы.

10. Какие из следующих утверждений верны?

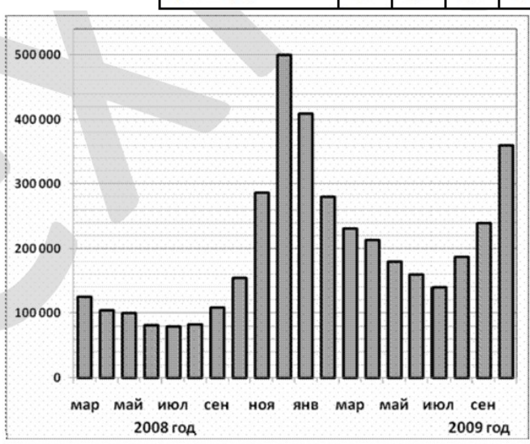
1) Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.

2) Площадь параллелограмма равна произведению его сторон.

3) Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.

Номер дорожки	1	2	3	4
Время (с)	7,3	6,7	6,9	7,0

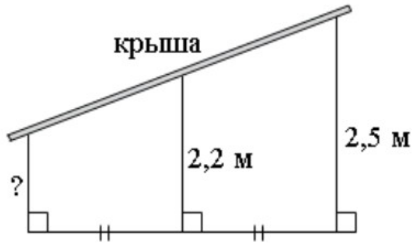
11. В таблице даны результаты забега девочек 5-го класса на дистанцию 30 м. Выпишите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.



12. На диаграмме показано количество запросов со словом СНЕГ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали –

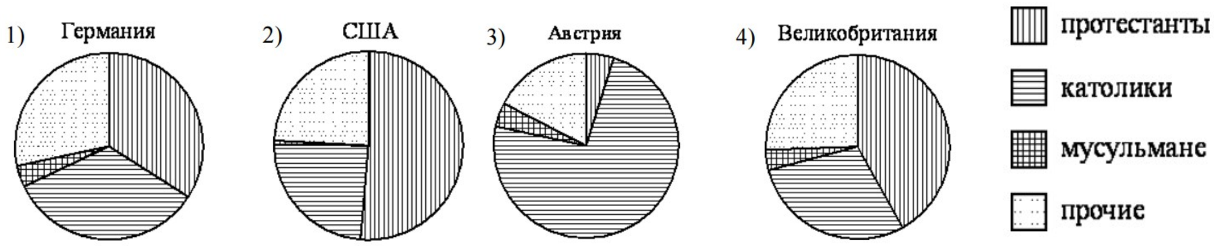
количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное количество запросов со словом СНЕГ в период с марта по сентябрь 2009 года.

13. Стиральная машина, которая стоила 5500 рублей, продаётся с 20-процентной скидкой. При покупке этой машины покупатель отдал кассиру 4500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?



14. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, расположенных на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,5 м. найдите высоту меньшей опоры.

15. На диаграмме показаны религиозные составы населения Германии, США, Австрии и Великобритании. Определите по диаграмме, в каких странах суммарная доля протестантов и католиков превышает 75%.



16. Закон Джоуля – Ленца можно записать в виде $Q = I^2Rt$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите t (в секундах), если $Q=378$ *Дж*, $I=3A$, $R = 7$ *Ом*.

Критерии оценивания:

«3» - верно выполнены 8-10 заданий;

«4» - верно выполнены 11-14 заданий;

«5» - верно выполнены 15-16 заданий.

Практическая работа № 2 по теме:
«Выполнение арифметических действий над числами. Сравнение числовых выражений»
Вариант 1

Вычислите значения выражения:

1. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{14}{13}$;
2. [illegible];
3. $\frac{1-10^{-4}}{99}:\frac{0,16}{25}$.

Представьте в виде произведения степеней различных простых чисел:

A. 512;

B. 8041;

C. 1000188.

Сопоставьте паре чисел пару, состоящую из их НОК и НОД:

A.

Числа	НОК; НОД			
	24; 3	108; 18	144; 18	36; 3
36; 54				
12; 9				

B.

Числа	НОК; НОД			
	27648; 8	1332; 2	1274; 91	11088; 7
637; 182				
112; 693				

C.

Числа	НОК; НОД			
	900; 60	1890; 3	2975; 17	4515; 43
135; 42				
425; 119				

Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной:

A. 0,(13);

B. 1,(4);

C. – 1,12(15).

Сравните числа:

A. $2{,}13 \cdot 10^{11}$ и $1{,}81 \cdot 10^{12}$;

B. $1{,}27 \cdot 10^{-3}$ и $5{,}41 \cdot 10^{-4}$;

C. [illegible].

Вариант 2

1. Вычислите значения выражения:

A. $\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{5}\right)\cdot 0{,}7:\frac{86}{17}$;

B. $\frac{6}{11}:\frac{5}{8}\cdot\frac{9}{40}+0{,}01$;

C. [illegible].

2. Представьте в виде произведения степеней различных простых чисел:

A. 97;

B. 14641;

C. 13832.

3. Сопоставьте паре чисел пару, состоящую из их НОК и НОД:

A.

Числа	НОК; НОД			
	24; 3	108; 18	144; 18	36; 3
18; 144				
3; 24				

B.

Числа	НОК; НОД			
	27648; 8	1332; 2	1274; 91	11088; 7
36; 74				
1024; 216				

C.

Числа	НОК; НОД			
	900; 60	1890; 3	2975; 17	4515; 43
301; 645				
180; 300				

4. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной:

A. 0,(15);

B. 2,(8);

C. $-2,15(13)$.

5. Сравните числа:

   A. $8,26 \cdot 10^{9}$ и $9,48 \cdot 10^{8}$;

   B. $2,73 \cdot 10^{-5}$ и $1,28 \cdot 10^{-4}$;

   C. $\frac{2,15 \cdot 10^{[illegible]}}{1,05 \cdot 10^{-4}}$ и $\frac{2,02 \cdot 10^{[illegible]}}{0,38 \cdot 10^{[illegible]}}$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение уровня А;

«4» - выполнение уровня В;

«5» - выполнение уровня С.

Практическая работа № 3 по теме: «Нахождение приближенных значений величин погрешностей вычислений»

Вариант 1

1. Найдите абсолютную погрешность округления до единиц следующих чисел: а) 0,8; б) 19,3.
2. Амперметр даёт точность ±0,015А. При измерении силы тока получили 15,94А. Укажите границы этого числа.
3. Укажите верные цифры (в широком смысле) следующих чисел: а) 14,23±0,002; б) 124±20.
4. Округлите до первого справа верного разряда приближенные значения данных чисел: а) 0,3281±0,05; б) 24,734±0,06.
5. Округлить точные числа: а) 286; б) 7,19 – до двух значащих цифр с недостатком и с избытком. Найдите относительную погрешность каждого округления.

Вариант 2

1. Найдите абсолютную погрешность округления до единиц следующих чисел: а) 0,6; б) 27,9.
2. Амперметр даёт точность ±0,025А. При измерении силы тока получили 17,58. Укажите границы этого числа.
3. Укажите верные цифры (в широком смысле) следующих чисел: а) 12,43±0,002; б) 138±20.
4. Округлите до первого справа верного разряда приближенные значения данных чисел: а) 2,0637±0,0025; б) 14,0367±0,8.
5. Округлить точные числа: а) 268; б) 45,8– до двух значащих цифр с недостатком и с избытком. Найдите относительную погрешность каждого округления.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 задания;

«4» - выполнение 4 задания;

«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа №4 по теме: «Выполнение действий над комплексными числами»

Вариант 1

1. Вычислите значение выражений:

А. 1) $\frac{2+3i}{3+2i} - 5 + 6i$; 2) $(i+1)^2$.

Б. 1) $\frac{2-3i}{3+2i} - \frac{i-1}{2+i}(i-4)$; 2) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$.

В. 1) $\dfrac{(2-3i)(i+1)}{(3+2i)(3i-1)} - \dfrac{i-1}{2+i}(i-4)$; 2) $(\sqrt{3}i+1)^5$.

2. Изобразите множество точек, удовлетворяющих уравнению или неравенству:

А. $|z| \le 4;$
Б. $|zi - i| \ge 6;$
В. $|z - i| + |z+1| = 1.$

3. Найдите корни уравнения:

А. $z^2 + 7z + 100 = 0;$
Б. $\boldsymbol{z^3 - 8 = 0;}$
В. $\boldsymbol{z^4 + 8z^2 + 7 = 0.}$

Вариант 2

1. Вычислите значение выражений:

А. 1) $\dfrac{2-3i}{3+2i} + 5 + 6i$; 2) $(i-1)^2$.

Б. 1) $\dfrac{2-3i}{3-2i} + \dfrac{i-1}{2-i}(-i-4)$; 2) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$.

В. 1) $\dfrac{(2+3i)(-i+1)}{(3-2i)(-3i-1)} + \dfrac{i+1}{2-i}(i-4)$; 2) $(\sqrt{3}i-1)^5$.

2. Изобразите множество точек, удовлетворяющих уравнению или неравенству:

А. $|z-i| \ge 9;$
Б. $|zi+1| \le 12;$
В. $|z-2i| + |z+1-1| = 1.$

3. Найдите корни уравнения:

А. $z^2 - 11z + 90 = 0;$
Б. $\boldsymbol{z^3 + 8 = 0;}$
В. $\boldsymbol{z^4 + 12z^2 + 32 = 0.}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение уровня А;
«4» - выполнение уровня Б;
«5» - выполнение уровня В.

Практическая работа № 5 по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами» Вариант $А_1$	Практическая работа № 5 по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами» Вариант $А_2$
Вычислите: 4. $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$ 5. [illegible] 6. $\sqrt[3]{100}\cdot\sqrt[3]{6400}$ 7. [illegible] 8. [illegible] Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: 6. $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ 7. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ Вынесите множитель из под знака корня: **D.** $\sqrt{108}$ **E.** $\sqrt{375}$ **F.** $\sqrt[4]{486}$	**D.** Вычислите: **D.** $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}$ **E.** $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{-4}+\sqrt[6]{(-3)^6}$ **F.** $\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3}}$ **G.** $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$ **H.** [illegible] **E.** Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: **D.** [illegible] **E.** $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ **F.** Вынесите множитель из под знака корня:

G. $\sqrt[4]{81x^5\cdot y^9}$, (x>0, y>0) Внесите множитель под знак корня: **D.** $5\sqrt{2}$ **E.** $3\sqrt[3]{2}$ **F.** $2x\sqrt[5]{x}$, (x>0) Сравните числа: $\sqrt[4]{26}$ и $\sqrt{5}$.	**D.** $\sqrt{245}$ **E.** $\sqrt[3]{512}$ **F.** $\sqrt[4]{405}$ **G.** $\sqrt[3]{25x^3\cdot y^7}$, (x>0, y>0) **G.** Внесите множитель под знак корня: **D.** $5\sqrt{3}$ **E.** $2\sqrt[3]{3}$ **F.** $4x^2\sqrt[3]{x}$, (x>0) **H.** Сравните числа: $\sqrt[3]{7}$ и $\sqrt[6]{47}$.
Практическая работа № 5 **по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами»** **Вариант Б$_1$** A. Вычислите: A. $\frac{\sqrt[4]{16\cdot 81}\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt[3]{72}\cdot\sqrt{108}}{\sqrt[6]{192}}$ C. $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}}+\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[3]{2}$ D. $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$ B. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: A. $\frac{a+\sqrt{3}}{a-\sqrt{3}}$ B. $\frac{a-1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}+1}$ C. Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[4]{32x^5y^{10}}$ D. Внесите множитель под знак корня: $-2ab^2\sqrt[4]{\frac{1}{16a^2b^{11}}}$ E. Сравните числа: $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt{6\sqrt{2}}$.	**Практическая работа № 5** **по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами»** **Вариант Б$_2$** A. Вычислите: A. $\frac{\sqrt{108}\cdot\sqrt[3]{27\cdot 256}}{\sqrt{12}}$ B. $\frac{\sqrt{96}\cdot\sqrt[3]{36}}{\sqrt[6]{6}}$ C. $\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[10]{3}+-\sqrt[5]{-3\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{1+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}$ B. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: A. $\frac{\sqrt{2}-b}{\sqrt{2}+b}$ B. $\frac{a+1}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}+1}$ C. Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[3]{81x^4y^{10}b^5}$ D. Внесите множитель под знак корня: $\frac{-1}{3a^2b}\cdot\sqrt[4]{243a^{10}b^5}$ E. Сравните числа: $-\sqrt{2\sqrt[3]{6}}$ и $-\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$.
Практическая работа №5 **по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами»** **Вариант В$_1$** A. Вычислите: A. $\sqrt{3+\sqrt[3]{(-8)^2}}-\sqrt{3-\sqrt[3]{(-8)^2}}$ B. $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{4+2\sqrt{3}}}$ B. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:	**Практическая работа № 5** **по теме: «Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами»** **Вариант В$_2$** 1. Вычислите: A. $\sqrt{4+\sqrt[8]{(-15)^4}}-\sqrt{4-\sqrt[8]{(-15)^4}}$ B. $\sqrt[3]{1-\sqrt{5}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{6+2\sqrt{5}}}$ 2. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

<table>
<tr>
<td>
A. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{12}}$
B. $\dfrac{2-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$
C. Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[n+1]{2^{n+2}\cdot a^{n^2-1}\cdot b^{3n-1}}$, $a \geq 0, b \geq 0, n \in N$
D. Внесите множитель под знак корня: $0.5ab\sqrt[4]{-16ab^2}$
E. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{3\sqrt[3]{4}}, \sqrt[3]{5\sqrt{3}}$ и $\sqrt[6]{100}$
</td>
<td>
a) $\dfrac{2}{\sqrt[6]{7}-\sqrt[3]{2}}$
b) $\dfrac{3-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$
3. Вынесите множитель из под знака корня: $\sqrt[n+2]{3^{n+3}\cdot a^{n^2-4}\cdot b^{5n+2}}$, $a \geq 0, b \geq 0, n \in N$
4. Внесите множитель под знак корня: $-3a^2b\cdot\sqrt[6]{\dfrac{-b}{27a^4}}$
5. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt[5]{4}, \sqrt[5]{3\sqrt[5]{3}}$ и $\sqrt[10]{25}$
</td>
</tr>
</table>

Критерии оценивания:

«3» - выполнение уровня А;

«4» - выполнение уровня Б;

«5» - выполнение уровня В.

Практическая работа №6 по теме:

«Решение иррациональных уравнений»

Вариант А1

1. Решите уравнения:

а. $\sqrt{x^2-4x}=\sqrt{6-3x}$;

б. $\sqrt{3x+1}=x-1$;

в. $2\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}=1$;

г. $\sqrt{x}+\sqrt{x-3}=3$

2. Определите при каких значениях x

функцияу $y=\sqrt[3]{x^2-1}$

принимает значение равное 2

Вариант А2

1. Решите уравнения:

а. $\sqrt{x^2-10}=\sqrt{-3x}$;

б. $\sqrt{2x+4}=x-2$;

в. $3\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{x}=5$;

г. $\sqrt{x}+\sqrt{x-5}=1$

2. Определите при каких значениях x

функцияу $y=\sqrt[3]{x^2+2}$

принимает значение равное 3

Вариант Б1

1. Решите уравнения:

а. $\sqrt{x^2+x-3}=\sqrt{1-2x}$;

б. $\sqrt{2x^2+7}=x^2-4$

в. $x^2+3x-\sqrt{x^2+3x}-2=0$

г. $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-3}=\sqrt{3x+4}$

2. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций:

$y=\sqrt[3]{x-1}$ и $y=\sqrt[6]{x+5}$

Вариант Б2

1. Решите уравнения:

а. $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$;

б. $\sqrt{18x^2-9}=x^2-4$

в. $x^2-8x-2\sqrt{x^2-8x}-3=0$

г. $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}=\sqrt{4x+1}$

2. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций:

$y=\sqrt[6]{x+3}$ и $y=\sqrt[3]{x+1}$

Вариант В1

Вариант В2

1. Решите уравнения:

а. $\sqrt{x-2+2\sqrt{x+6}}=4$;

б. $\sqrt{3x+12}-\sqrt{x+1}=\sqrt{4x+13}$;

в. $3x^2+15x+2\sqrt{x^2+5x+1}=2$;

г. $\sqrt[3]{x-10}+\sqrt[3]{x-17}=3$

а. $\sqrt{x-1+\sqrt{x+2}}=3$;

б. $\sqrt{2x-1}-\sqrt{x-4}=\sqrt{x-1}$;

в. $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$;

г. $\sqrt[3]{4x+3}-\sqrt[3]{x+2}=1$

2. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций:

$y=\sqrt{x+2}$ и $y=\sqrt[3]{3x+2}$

$y=\sqrt[3]{x+7}$ и $y=\sqrt{x+3}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение уровня А;

«4» - выполнение уровня Б;

«5» - выполнение уровня В.

Практическая работа №7 по теме:
«Нахождение значения степени с рациональным и с действительным показателем. Сравнение степеней»

1 вариант

1. **Вычислить:** а) $27^{\frac{2}{3}}$; б) $9^{\frac{2}{3}}:9^{\frac{1}{6}}$; в) $150^{\frac{3}{2}}:6^{\frac{3}{2}}$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+810000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$
2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:**
   а) $\sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$; б) $4^5\cdot16^{-2}$;
3. **Вычислить:** а) $3^{1+2\sqrt[3]{2}}:9^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(25^{1+\sqrt{2}}-5^{2\sqrt{2}}\right)\cdot5^{-1-2\sqrt{2}}$;
4. **Сравнить числа:**
   а) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,7}$; в) $0,88^{\frac{1}{6}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$ г) $\left(\frac{1}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{4}}$
5. **Сравнить число с единицей:** а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; б) $27^{1,5}$

Практическая работа №7 по теме:
«Нахождение значения степени с рациональным и с действительным показателем. Сравнение степеней»

2 вариант

1. **Вычислить:**
   а) $81^{\frac{3}{4}}$; б) $4^{\frac{1}{3}}:4^{\frac{5}{6}}$; в) $144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$; г) $(0,001)^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot64^{\frac{2}{3}}-8^{-1\frac{1}{3}}$
2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:**
   а) $\sqrt[12]{\left(\frac{3}{2}\right)^{9}}$; б) $6^2\cdot12^{-3}$;
3. **Вычислить:** а) $5^{1+2\sqrt[3]{2}}:25^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(2^{2\sqrt{3}}-4^{\sqrt{3}-1}\right)\cdot2^{-2\sqrt{3}}$;
4. **Сравнить числа:**
   а) $3^{1,4}$ или $3^{\sqrt{2}}$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$; в) $0,88^{\frac{1}{7}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{7}}$ г) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{3}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{3}}$

5. **Сравнить число с единицей:** а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}$; б) $2^{-\sqrt{5}}$

Критерии оценивания:
«3» - верно выполнено 7-10 примеров
«4» - верно выполнено 11-13 примеров
«5» - верно выполнено все 14 примеров

Практическая работа № 8 по теме:

"Преобразование выражений, содержащих степени"

Вариант 1	Вариант 2
1) Упростить $\frac{x^{\frac{3}{4}}\cdot(x^{2,7}+1)^2}{x^{-\frac{5}{8}}\cdot(x^{2,7}+1)^3}$	1) Упростить $\frac{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}$
2)Представить в виде степени $x^{\frac{1}{9}}\cdot\sqrt[6]{x\cdot\sqrt[3]{x}}$	2)Представить в виде степени $\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}}\div\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3$
3) Выполнить действия $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{1}{2}}-1}-\frac{x^{\frac{1}{2}}-1}{x^{\frac{1}{2}}+1}\right)\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$	3) Выполнить действия $\frac{3\cdot5^{\frac{2}{3}}\cdot(5^{\frac{1}{3}}-5^{-\frac{2}{3}})}{1+2\cdot x^2-3-3\cdot x^2}$
4)Упростить а) $\frac{b^3+1}{b^2+5b+4}-\frac{(b-1)^2+b}{b+4}$ б) $\frac{x^{0,4}\cdot x^{0,1}}{\left(x^{0,5}\right)^{-3}}$	4)Упростить а) $\frac{a^3-8}{a^2-5a+6}-\frac{(a+1)^2+3}{a-3}$ б) $\frac{\left(x^{2,5}\cdot x^{-0,5}\right)^{\frac{1}{2}}}{x^{-3}}$
5)Сократить дробь: $\frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn}+n}$	5)Сократить дробь: $\frac{c-2c^{\frac{1}{2}}+1}{\sqrt{c}-1}$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение 3 задания;
«4» - выполнение 4 задания;
«5» - выполнение 5 заданий.

Проверочная работа № 9 по теме:
"Решение показательных уравнений, систем уравнений"

Вариант 1. Решите уравнения:

1. $5^{x-2}=25$
2. $3^{x-4}=1$
3. $2^{x+2}+2^x=5$

4. $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$

5. $\begin{cases} 27^x = 9^y \\ 81^x = 3^{y+1} \end{cases}$

Вариант 2. Решите уравнения:

1. $2^{x+5} = 32$

2. $5^{2x} + 8 = 9$

3. $3^{x+2} - 3^x = 72$

4. $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

5. $\begin{cases} 16^x = 64^y \\ 27^{x+1} = 81^{y-1} \end{cases}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнено 3 задания;

«4» - выполнено 4 задания;

«5» - выполнено 5 заданий.

Практическая работа №10 по теме: «Вычисление и сравнение логарифмов»

ВАРИАНТ 1

1. Вычислите:
   1. lg100;
   2. $\log_{0.3} \frac{1}{0.09}$;
   3. $4^{2\log_4 10}$;
   4. $\log_4 2 + \log_4 8$;
   5. [illegible];
   6. $10^{1+\lg 5}$;
   7. $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$;
   8. $\sqrt{5}^{\frac{2}{\log_5 5}}$;
   9. [illegible];
   10. [illegible]

2. Сравните числа:

A. $\log_9 \frac{4}{5}$ и $\log_9 \frac{6}{5}$;

B. $\log_{0,9} \frac{4}{5}$ и $\log_{0,9} \frac{5}{6}$;

C. $\log_3 8,1$ и 2 ;

D. 3 и $\log_{\frac{1}{3}} 0,05$.

Практическая работа №10 по теме: «Вычисление и сравнение логарифмов»

ВАРИАНТ 2

1. Вычислите:
   1. lg1000;
   2. $\log_{0.2} \frac{1}{0.04}$;
   3. $25^{\log_5 3}$;
   4. $\log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5}$;
   5. $\log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56$;
   6. $10^{\lg 2 + \lg 3}$;
   7. $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 32$;
   8. $9^{\frac{-2}{\log_3 9}}$;
   9. $10^{3-\lg 4} - 49^{\log_7 15}$;
   10. [illegible] 22. Сравните числа:

A. $\log_7 \frac{8}{7}$ и $\log_7 \frac{7}{8}$;

B. [illegible];

C. $\log_3 31$ и 3 ;

D. 2 и $\log_{\frac{1}{2}} 0,02$.

Критерии оценивания:

1. 1) 1 балл; 2) 1 балл; 3) 1 балл; 4) 1 балл; 5) 2 балла; 6) 2 балла; 7) 3 балла; 8) 4 балла; 9) 4 балла; 10) 5 балла.

2. 1) 1 балл; 2) 1 балл; 3) 2 балла; 4) 3 балла.

«5» - 28-31 балл;

«4» - 23-27 баллов;

«3» - 17-22 балла.

«2» - менее 17 баллов

Практическая работа № 11 по теме:

«Нахождение значения степени логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому»

Вариант 1

1. Выразите через логарифмы по основанию 2 и упростите:
   1) $\log_3 5$;
   2) $\log_{16} 32$;
   3) $\log_8 2$;
   4) $\log_{\frac{1}{16}} 2$
2. Вычислите:
   1) $6^{\log_{36} 25}$
   2) $2^{\frac{1}{\log_5 2}}$;
   3) $\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{64}{27}\right)$;
   4) $\dfrac{\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 6\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{2}\right) - 2\log_{\frac{1}{16}}\left(\frac{1}{4}\right)}{\log_{\sqrt{2}}\sqrt[5]{8}}$;
   5) $\dfrac{\log_2 3 \cdot \log_3 4}{\log_2 4} \cdot \log_5 25$;
   6) $\log_2 3 \cdot \log_3 2 \cdot 7^{2\log_7 3}$;
   7) $\dfrac{\log_3 135}{\log_{15} 3} - \dfrac{\log_3 5}{\log_{405} 3}$.

Вариант 2

1. Выразите через логарифмы по основанию 2 и упростите:
   1) $\log_5 9$;
   2) $\log_4 8$;
   3) $\log_{16} 2$;
   4) $\log_{\frac{1}{8}} 2$
2. Вычислите:
   1) $7^{\log_{49} 36}$
   2) $3^{\frac{1}{\log_5 3}}$;
   3) $\log_5 125 - \log_{\sqrt{5}} 125 - \log_{\frac{1}{5}} 125 - \log_{\frac{\sqrt{5}}{2}}\left(\frac{64}{125}\right)$;
   4) $\dfrac{\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{1}{9}} + 6\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{1}{3}\right) - 2\log_{\frac{1}{81}}\left(\frac{1}{9}\right)}{\log_{\sqrt{2}}\sqrt[5]{8}}$;
   5) $\dfrac{\log_2 6 \cdot \log_6 9}{\log_2 9} \cdot 6^{\log_6 5}$;

6) $\log_7 8 \cdot \log_8 7 \cdot 3^{\log_9 49}$;

7) $\dfrac{3+\log_{12} 27}{3-\log_{12} 27} \cdot \log_6 16$.

Критерии оценивания:

1. 1) 1 балл; 2) 1 балл; 3) 1 балл; 4) 1 балл.
2. 1) 2 балл; 2) 2 балл; 3) 2 балл; 4) 3 балла; 5) 2 балла; 6) 2 балла; 7) 3 балла.

«5» - 18-20 балл;
«4» - 15-17 баллов;
«3» - 12-14 балла;
«2» - менее 12 баллов.

Практическая работа № 12 по теме:
«Решение логарифмических уравнений»

Вариант 1

Решите уравнения:

1) $\log_2(4x+5) = \log_2(9-2x)$;
2) $\log_3(x^2-5x-23) = 0$;
3) $\lg(x+2) + \lg(x-2) = \lg(5x+10)$;
4) $2\log_4^2 x + 5\log_4 x - 3 = 0$;
5) $\log_2(9-2^x) = 3^{\log_3(3-x)}$.

Вариант 2

Решите уравнения:

1) $\lg(5x-4) = \lg(1-x)$;
2) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+3x-9) = -2$;
3) $\log_6(x+3) + \log_6(x-3) = \log_6(2x-1)$;
4) $\log_3^2 x - \log_3 x - 6 = 0$;
5) $\log_4(3x+7) + \log_{(3x+7)} 4 = 2{,}5$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 задания;
«4» - выполнение 4 задания;
«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 13 по теме:
"Решение прикладных задач"

Вариант 1

1. Число жителей города – новостройки увеличивается ежегодно на 8%. Через сколько лет число жителей удвоится?
2. При одном качании поршневого насоса из сосуда удаляется 1,2% имеющегося в нём воздуха. Через сколько качаний насоса в сосуде останется $\frac{1}{10^{16}}$ часть первоначальной массы воздуха?

3. Доказать, что последовательность значений функции $y = 2^x$ при натуральных значениях $x = 1, 2, 3, \ldots$ является геометрической прогрессией.

4. За первый год работы предприятие имело a рублей прибыли. В дальнейшем каждый год прибыль увеличивалась на $p\%$. Какой станет прибыль предприятия за $n -$ ый год работы?

5. Стрельба из спортивного пистолета по круглой мишени диаметром 1м ведётся из точки прямой, перпендикулярной плоскости мишени и проходящей через её центр. На каком расстоянии от мишени должна быть точка выстрела, чтобы разность расстояний от неё до края мишени и до центра была не больше 2 см?

Вариант 2

1. Число жителей города – новостройки увеличивается ежегодно на 5%. Через сколько лет число жителей удвоится?
2. При одном качании поршневого насоса из сосуда удаляется 2,1% имеющегося в нём воздуха. Через сколько качаний насоса в сосуде останется $\frac{1}{10^{18}}$ часть первоначальной массы воздуха?
3. Доказать, что последовательность значений функции $y = 2^x$ при натуральных значениях $x = 1, 2, 3, \ldots$ является геометрической прогрессией.

4. За первый год работы предприятие имело b рублей прибыли. В дальнейшем каждый год прибыль увеличивалась на $k\%$. Какой станет прибыль предприятия за $n-$ый год работы?

5. Стрельба из спортивного пистолета по круглой мишени диаметром 3 м ведётся из точки прямой, перпендикулярной плоскости мишени и проходящей через её центр. На каком расстоянии от мишени должна быть точка выстрела, чтобы разность расстояний от неё до края мишени и до центра была не больше 4 см?

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 задания;

«4» - выполнение 4 задания;

«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа №14 по теме:
«Решение задач с использованием аксиом стереометрии»

Вариант I

❶ Заполните пропуски:

а) Через любые три точки, _______, проходит плоскость, и притом _______.
б) Через прямую и _______ точку проходит плоскость, и притом _______.
в) Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют _______ на которой лежат _______ этих плоскостей.

❷ Ответьте на вопросы:

1) Верно ли, что:

а) любые три точки лежат в одной плоскости;
б) любые четыре точки не лежат в одной плоскости?

2) Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она:

пересекает две стороны треугольника?

Вариант II

❶ Заполните пропуски:

а) Если две точки прямой лежат в плоскости, _______ лежат в этой плоскости.
б) Через две _______ прямые проходит плоскость, и притом _______.
в) Через две _______ прямые проходит плоскость, и притом _______.

❷ Ответьте на вопросы:

1) Верно ли, что:

а) любые четыре точки лежат в одной плоскости;
б) через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна?

2) Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она:

проходит через одну из вершин треугольника?

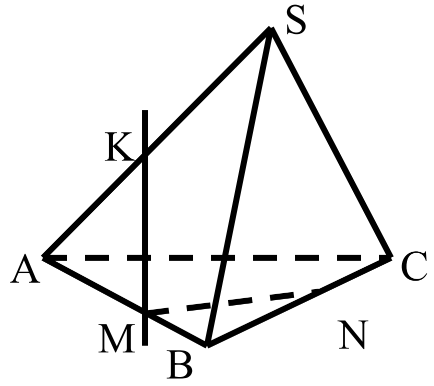
Ответ обоснуйте.

❸ Решите задачи:

Вариант А1

Вариант А2

❶



Пользуясь данным рисунком, назовите:

а) четыре точки, лежащие

в плоскости *SAB*; в плоскости *ABC*;

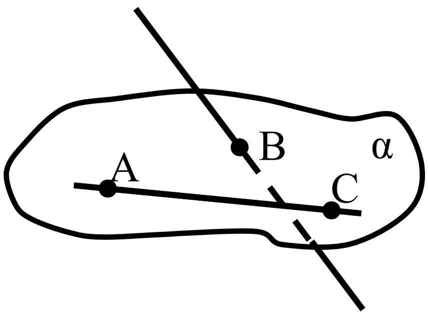
б) плоскость, в которой лежит

прямая *MN*; прямая *KM*;

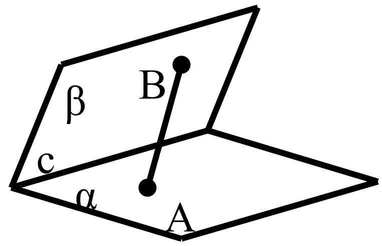
в) прямую, по которой пересекаются плоскости

(*ASC*) и (*SBC*) (*SAC*) и (*CAB*)

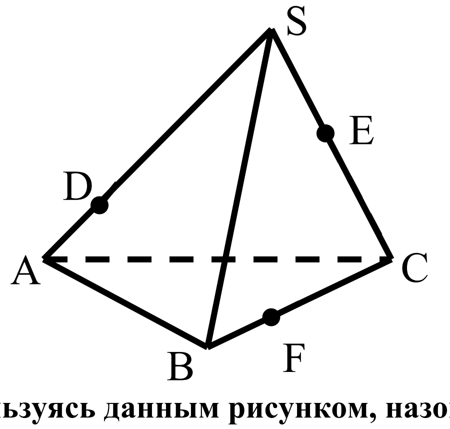
❷ Точки *A*, *B*, *C* и *K* не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли прямые *AC* и *BK*? (Ответ поясните)



❷ В пересекающихся плоскостях α и β взяты точки *A* и *B*, которые не лежат на линии их пересечения, прямой *c*. Пересекаются ли прямые *AB* и *c*? (Ответ поясните)



Вариант Б1 **Вариант Б2**



Пользуясь данным рисунком, назовите:

а) две плоскости, содержащие

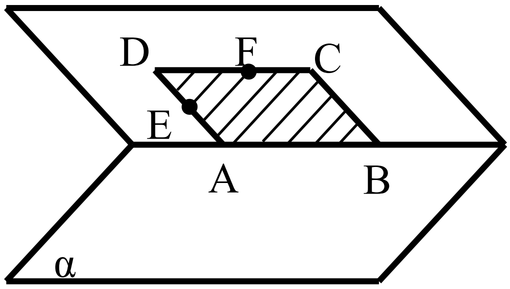
прямую *DE*; прямую *ED*;

б) прямую, по которой пересекаются плоскости

(*AEF*) и (*SBC*) (*BDE*) и (*SAC*)

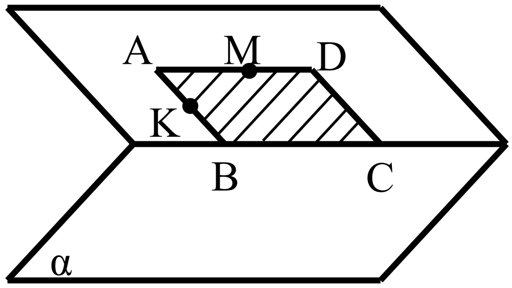
в) две плоскости, которые пересекает

прямая *SB* прямая *AC*



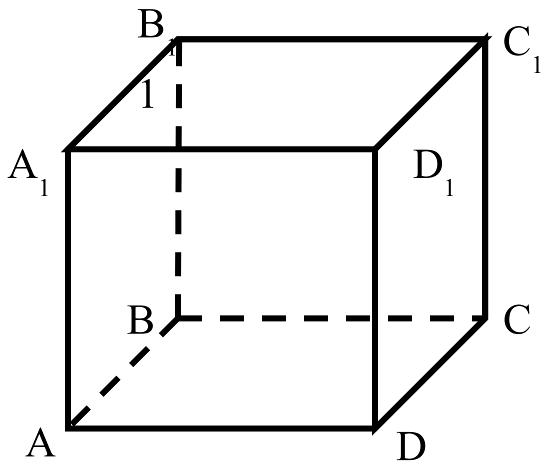
❷ Через сторону AB ромба $ABCD$ проведена плоскость α. Точки E, F – середины сторон AD и DC.
1) постройте точку пересечения прямой EF и плоскости α.
2) Вычислите расстояние от этой точки до точек A и B, если BC = 12 см

Вариант В1



❷ Через сторону BC параллелограмма $ABCD$ проведена плоскость α. Точки K и M – середины сторон AB и AD.
1) постройте точку пересечения прямой MK и плоскости α
2) Вычислите расстояние от этой точки до точек B и C, если AD = 14 см

Вариант В2



Пользуясь данным рисунком, назовите:

а) три плоскости, содержащие

прямую B_1C | прямую AB_1

б) прмую, по которой пересекаются плоскости

(B_1CD) и (AA_1D_1) | (ADC_1) и (A_1B_1B)

в) плоскость не пересекающуюся

с прямой CD_1 | с прямой BC_1

❷ Вершина C плоского четырехугольника $ABCD$ лежат в плоскости α, а точки A, B и D не лежат в одной плоскости. Прямые AB и AD пересекают плоскость α в точках B_1 и D_1 соответственно. Каково взаимное расположение точек C, B_1 и D_1? Ответ объясните.

❷ Точка D не лежит в плоскости α. Прямые a и b проходят через точку D и пересекают плоскость α в точках A и B. Соответственно прямая l не проходит через точку D, пересекается с a и b и пересекает плоскость α в точке L. Каково взаимное расположение точек A, B и L? Ответ объясните.

Критерии оценивания:

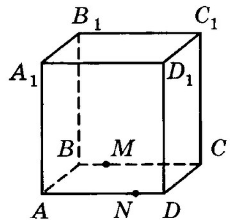
«3» - выполнение уровня А;
«4» - выполнение уровня Б;
«5» - выполнение уровня В.

Практическая работа №15 по теме:
«Решение задач на применение следствий из аксиом стереометрии»

Вариант А1

Вариант А2

№ 1



По данным рисунка постройте:
а) точки пересечения

прямой MN с плоскостью AA_1B_1 и прямой A_1N с плоскостью CDD_1;

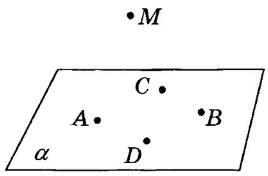
прямой MN с плоскостью CC_1D_1 и прямой C_1M с плоскостью ABB_1;

б) линию пересечения

плоскости C_1MN с плоскостью BB_1C_1.

плоскости A_1MN с плоскостью DAA_1.

№ 2



На данном рисунке плоскость α содержит точки A, B, C и D, но не содержит точку M.
а) Постройте точку K – точку пересечения

прямой AB и плоскости MCD;

прямой CD и плоскости MAB;

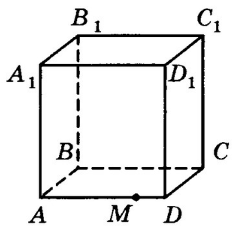
б) Лежит ли точка K в плоскости α? Ответ объясните.

3) Стороны AB и AC треугольника ABC лежат в плоскости α. Докажите, что и медиана AM этого треугольника лежит в плоскости α.

Точки A, B и C лежат в каждой из двух различных плоскостей. Докажите, что данные точки лежат на одной прямой.

Вариант Б1 **Вариант Б2**

№ 1



По данным рисунка постройте:
а) точки пересечения

прямой BM с плоскостью AA_1C_1 и прямой D_1M с плоскостью A_1DB;

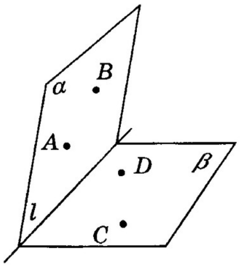
прямой CM с плоскостью BB_1D_1 и прямой A_1M с плоскостью D_1AC;

б) линию пересечения

плоскости B_1AC с плоскостью BDD_1.

плоскости C_1BD с плоскостью A_1AC.

№ 2



На данном рисунке точки A и B лежат в плоскости α, а точки C и D – в плоскости β.
а) Постройте линии пересечения

плоскости ABD с плоскостями α и β.

плоскости CDA с плоскостями α и β.

б) Определите, при каком расположении

точки D в плоскости β линия пересечения плоскостей ABD и β совпадает с прямой l. Ответ объясните.

точки A в плоскости α линия пересечения плоскостей CDAи α совпадает с прямой l.
Ответ объясните.

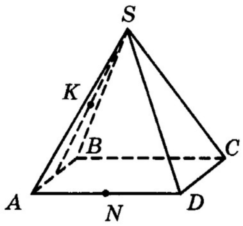
3) Прямые a и b пересекаются. Докажите, что существует плоскость, содержащая только одну из двух данных прямых. Сколько существует таких плоскостей?

Прямая a и плоскость α пересекаются. Докажите, что существует плоскость, пересекающая и прямую a, и плоскость α. Сколько существует таких плоскостей?

Вариант В1

Вариант В2

№ 1



На данном рисунке точка K лежит в плоскости ASB, а точка N – на отрезке AD. Постройте:
а) точки пересечения

прямой BN с плоскостью ASC и прямой CK с плоскостью SBD;

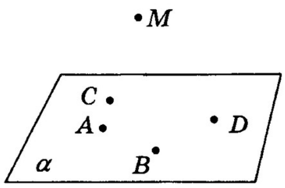
прямой CN с плоскостью SBD и прямой DK с плоскостью ASC;

б) линию пересечения

плоскости SKC с плоскостью SBN.

плоскости SKD с плоскостью SCN.

№ 2



На данном рисунке точки A, B, C и D лежат в плоскости α, а M є α.
а) Постройте линию пересечения

плоскостей МАВ и MCD.

плоскостей МАС и MBD.

б) Определите, при каком взаимном расположении точек А, В, С и D линия пересечения данных плоскостей не будет пересекаться с плоскостью α.

3) Даны плоскости α, β и γ. Докажите, что если линия пересечения плоскостей α и β пересекается с линией пересечения плоскостей α и γ, то плоскости α, β и γ имеют ровно одну общую точку.

Даны плоскости α, β и γ. Докажите, что если линия пересечения плоскостей α и β пересекает плоскость γ, то плоскости α, β и γ имеют ровно одну общую точку.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение уровня А;

«4» - выполнение уровня В;

«5» - выполнение уровня С.

Практическая работа №16 по теме: «Решение задач на параллельность прямых в пространстве.»

Вариант 1. **Вариант 2.**

1. Заполните пропуски:

А) Две прямые в пространстве называются ____________, если они лежат __________ плоскости и не ____________.

Б) Если одна из двух ___________ прямых пересекает данную _______________, то и ___________ эту плоскость.

А) Если две прямые ________ третьей __________, то они ___________.

Б) Через любую точку ________, не лежащую на данной _________, проходит прямая, ________ данной, и _________ одна.

Вариант А2.

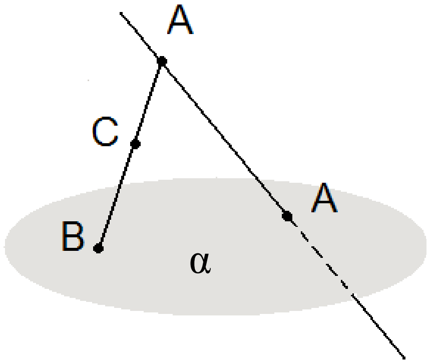
Вариант А1.

Решите задачи:

1) Точка В отрезка АВ лежит в плоскости α. Через точку А проведена прямая, пересекающая плоскость α в точке A_1. Через середину отрезка АВ, точку С – прямая с, параллельная AA_1._

а) Постройте точку пересечения прямой с и плоскости α (C_1).

б) Вычислите CC_1, если AA_1 = 22 см.

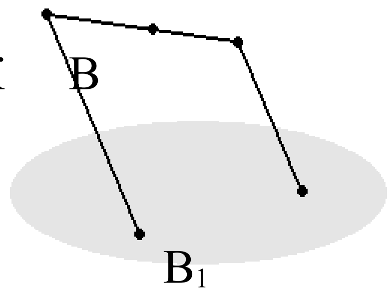


1) Отрезок АВ не имеет общих точек с плоскостью α. Через его концы проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость α в точках A_1 и B_1. Точка К – середина отрезка АВ.

а) Постройте точку пересечения плоскости α и прямой содержащей точку К и параллельной прямой AA_1.

б) Вычислите длину отрезка KK_1, если AA_1=10

A К B

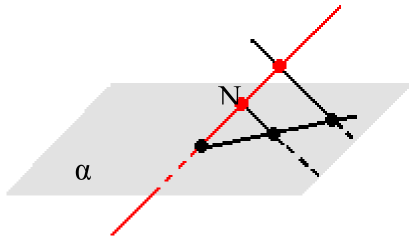


α

см, BB_1=6 см A_1 B_1

2) На рисунке прямая PM пересекает плоскость α в точке M, $N \in PM$, причем $MN:NP=2:1$, $PP_1 \parallel NN_1$, $NN_1=14$ см, P_1 и N_1 – точки пересечения параллельных прямых с плоскостью α.
а) Найдите длину PP_1.

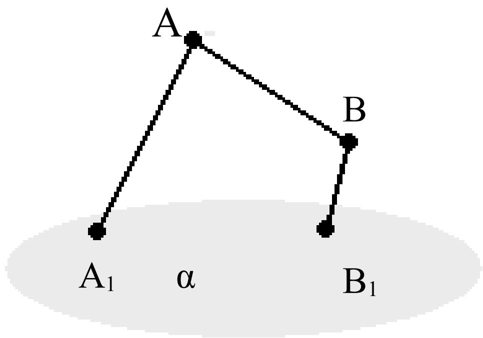
2) На рисунке прямая PM пересекает плоскость α в точке M, $N \in PM$, причем $MN:NP=3:1$, $PP_1 \parallel NN_1$, $NN_1=12$ см, P_1 и N_1 – точки пересечения параллельных прямых с плоскостью α.
а) Найдите длину PP_1.



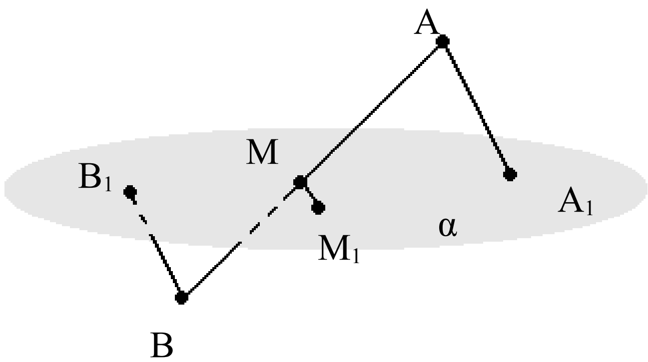
Вариант Б1. **Вариант Б2.**

Решите задачу:

Концы отрезков АВ лежат по одну сторону относительно плоскости α. Через точки А и В проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость α в точках A_1 и B_1.
1) Постройте точку пересечения прямой АВ и плоскости α (точку О).
2) Вычислите AA_1 и BB_1, если $A_1B_1:B_1O = 3:2$, $AA_1+BB_1 = 35$ см



Концы отрезка АВ лежат по разные стороны относительно плоскости α. Через точки А, В и середину отрезка АВ (точку М) проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1. Вычислите MM_1, если $AA_1 = 6$ см, $BB_1 = 4$ см.



Вариант В1. **Вариант В2.**

Решите задачу:

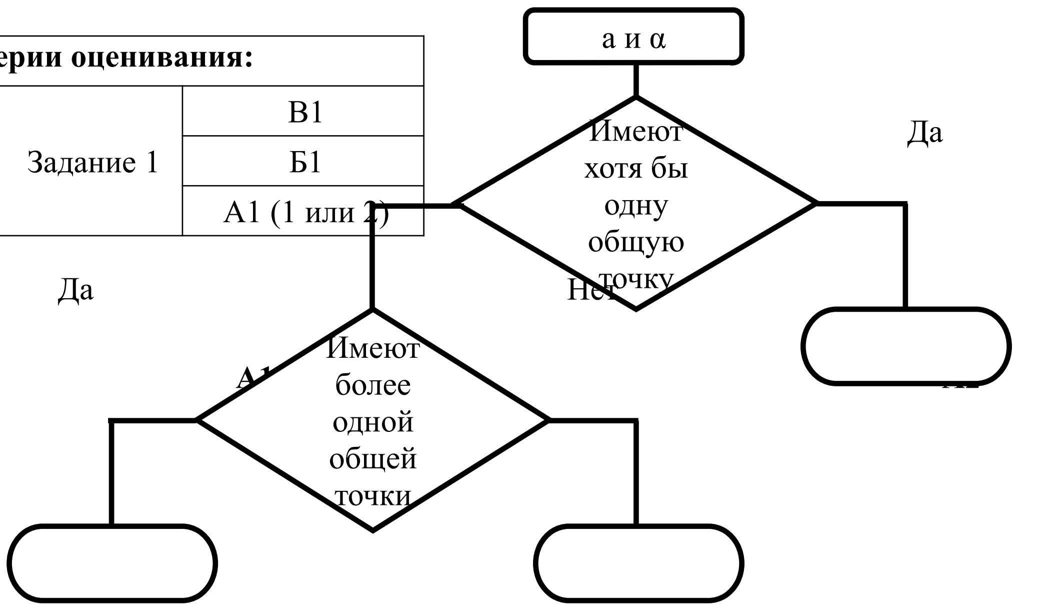
Квадрат ABCD и равнобедренный треугольник KBC (KB=BC) лежат в разных плоскостях. M и P – середины отрезков BK и CK.
1)Определите вид четырехугольника MPDA.
2) Вычислите его площадь, если AB=12 см, MA = PD = 5 см.

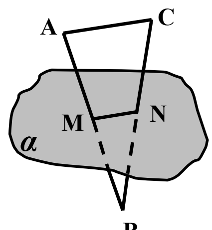
Прямоугольник ABCD и равнобедренная трапеция BCMK лежат в разных плоскостях.
1) Как расположены их диагонали BM и AC (BC ǀǀ KM)?
2) Вычислите длину ломаной ACMBA, если AB = 8 см, BC = 15 см, BK = 8 см. KM = 7 см.

Практическая работа №17 по теме:
"Решение задач на параллельность прямой и плоскости в пространстве"

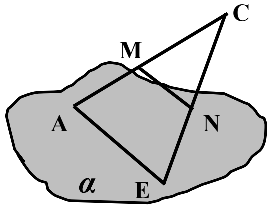
1.Запишите алгоритм распознавания взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве.

Критерии оценивания:		
«5»	Задание 1	В1
«4»		Б1
«3»		А1 (1 или 2)

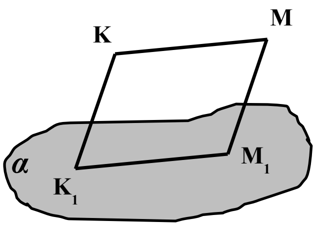




1. Сторона **AB** треугольника **ABC** лежит в плоскости α, а вершина **C** $\notin \alpha$, точки **M** и **N** – середины сторон **AC** и **BC**. Докажите что прямая **MN** ∥ α.



2. Отрезок **KM**, равный 10 см, параллелен плоскости α. Через его концы проведены параллельные прямые пересекающие α в точках K_1 и M_1.



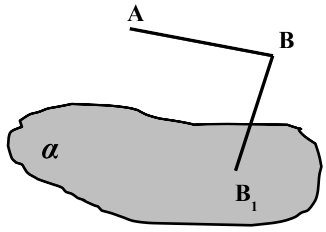
1)Как расположены прямые **KM** и K_1M_1?

2)Найдите расстояние между точками K_1 и M_1.

3)Вычислите площадь четырёх угольника KMM_1K_1, если KK_1=8 см, $\angle KMM_1$=30°.

1. Сторона **AC** треугольника **ABC** параллельна плоскости α, а стороны **AB** и **BC** пересекаются с этой плоскостью в точках **M** и **N**. Докажите, что треугольники **ABC** и **MBN** подобны.

2. Отрезок **AB** параллелен плоскости α. Через его концы проведены параллельные прямые. Прямая, проходящая через точку **B**, пересекает плоскость в точке B_1.

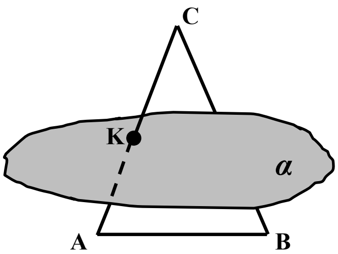


1)Постройте точку пересечения второй прямой с плоскостью α(точку A_1).

2)Вычислите периметр четырехугольника ABB_1A_1, если $AB:BB_1=5:2$, $AB-BB_1=9$ см.

Б1

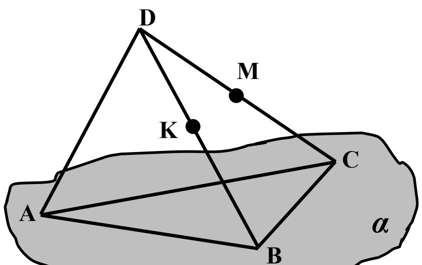
1. Через точку **K** стороны **AC** треугольника **ABC** проведена плоскость α, параллельная прямой **AB**.



1) Постройте точку пересечения плоскости α и стороны **BC** (точку **M**).

2) Вычислите длину отрезка **KM**, если
KM + **AB** = 26 см,
CK : **KA** = 4 : 5.

2. Точки **A**, **B**, **C** и **D** не лежат в одной плоскости. **K** и **M** – середины отрезков **BD** и **CD**.

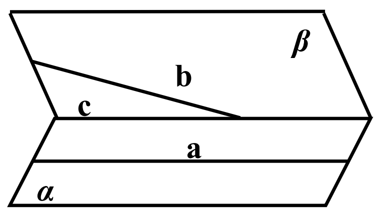


1)Имеют ли общие точки прямая **KM** и плоскость, в которой лежат точки **A**, **B** и **C**?

2)Вычислите периметр треугольника **AKM**, если расстояние между каждой парой данных точек равно 8 см.

Б2

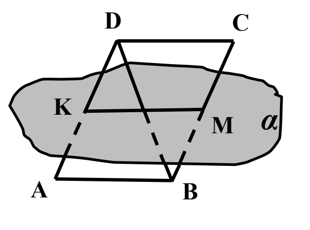
1.В плоскости α, пересекающейся с плоскостью β по прямой **c**, проведена прямая **a**, параллельная **c**. В плоскости β проведена прямая **b**, пересекающая прямую **c**.



1) Могут ли прямые **a** и **b** иметь общие точки?

2) Докажите, что **a** и **b** – скрещивающиеся прямые.

2. Через точку **K** стороны **AD** параллелограмма **ABCD** проведена плоскость α, параллельная прямой **DC**.



1)На какие фигуры делит плоскость α данный параллелограмм? (Ответ поясните.)

2)Вычислите длины отрезков, на которые делит плоскость α диагональ **BD**, если **DK =** 6 см, **AK** = 8 см, **BD =** 21 см.

В1

В2

1. Дан куб $\mathbf{ABCDA_1B_1C_1D_1}$.
1)Постройте отрезок, являющийся пересечением грани $\mathbf{ABB_1A_1}$ и плоскости α, в которой лежат прямая $\mathbf{CC_1}$ и точка **К** – середина **АВ**.
2)Постройте сечение куба плоскостью α.
3)Вычислите периметр построенного сечения если ребро куба равно 20 см.

2. Прямая **а** параллельна плоскости α.
Верно ли утверждение: любая прямая плоскости α параллельна прямой **а**?

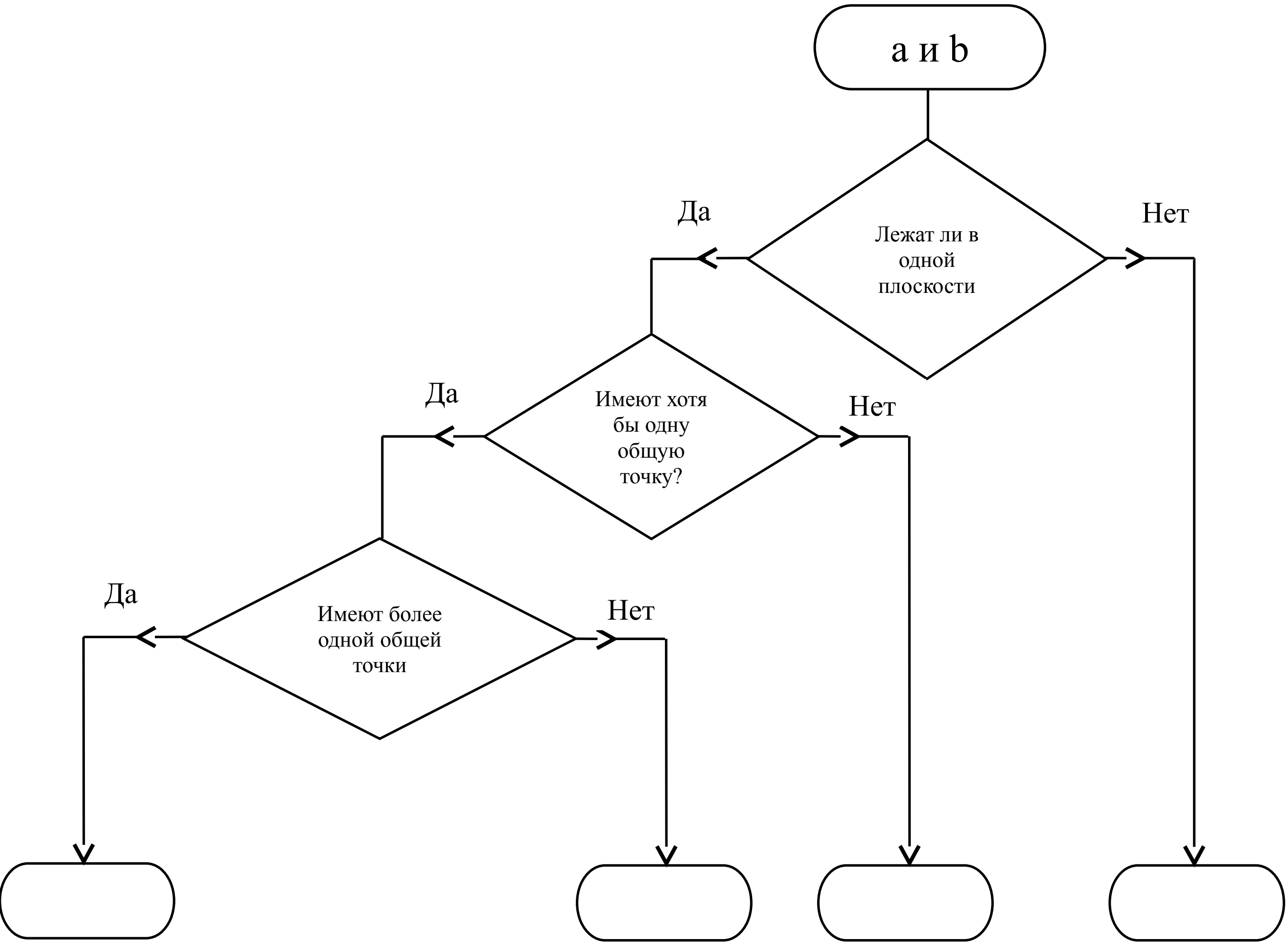
1. Дан куб $\mathbf{ABCDA_1B_1C_1D_1}$.
1)Постройте отрезок, являющийся пересечением грани $\mathbf{BCC_1B_1}$ и плоскости α, в которой лежат прямая $\mathbf{AD_1}$ и точка **К** – середина ребра **ВС**.
2) Постройте сечение куба плоскостью α.
3) Вычислите периметр построенного сечения если ребро куба равно 16 см.

2. Верно ли утверждение:
Две прямые, параллельные одной плоскости, параллельны?

Критерии оценивания:
“5”- 1 задание и вариант В;
“4”- 1 задание и вариант Б;
“3”- 1 задание и вариант А.

Практическая работа № 18 по теме:
«Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

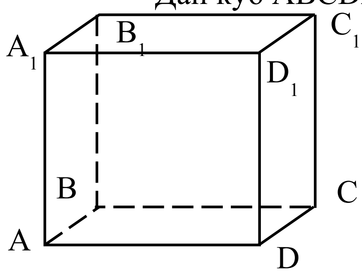
1) Запишите алгоритмы распознавания взаимного расположения двух прямых в пространстве.



2) 1 Вариант

2) 2 Вариант

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

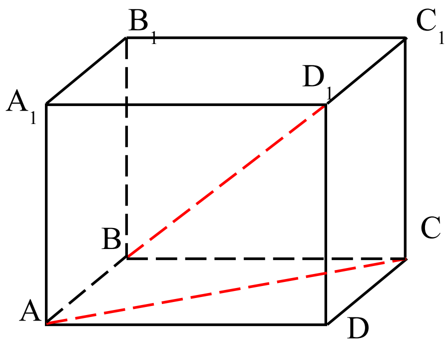


Установите взаимное расположение прямых:

$AD \dots A_1D_1$	$BC \dots B_1C_1$
$AD \dots B_1C_1$	$BC \dots A_1D_1$
$AB_1 \dots B_1C_1$	$CD_1 \dots CD$
$AB_1 \dots DC_1$	$CD_1 \dots BA_1$
$B_1C_1 \dots DC_1$	$AB \dots A_1B$
$BB_1 \dots DC$	$AA_1 \dots BC$

3) 1 Вариант Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ 3) 2 Вариант

Докажите, что прямые являются скрещивающимися.



1 Вариант. AA_1 и B_1C_1

Прямая B_1C_1 лежит в плоскости $B_1C_1D_1$, а прямая AA_1 пересекает эту плоскость __________________________________,
причем $A_1 \notin B_1C_1$, так как _____________,
поэтому, согласно______________________,
прямые AA_1 и B_1C_1 являются __________________________________.

2 Вариант. A_1D_1 и DC

Прямая A_1D_1 лежит в плоскости AA_1D_1 а прямая A1D1пересекает эту плоскость __________________________________,
причем $D \notin A_1D_1$, так как _____________,
поэтому, согласно______________________,
прямые A_1D_1 и DC являются____________ __________________________________.

4) Будем использовать следующие обозначения для взаимного расположения прямых в пространстве:

a || b – прямые a и b параллельны
a X b – прямые a и b пересекаются
a ∸ b – прямые a и b скрещиваются.

Что можно сказать о расположении прямых b и c при выполнении указанных условий (ответ не обязательно единственный)

1 Вариант 2 Вариант

Условие	b || c	b X c	b ∸ c	Условие	a || c	a X c	a ∸ c
a || b; a ∸ c				b || c; a ∸ b			
a x b; a ∸ c				a x b; b ∸ c			
a || b; a x c				a || b; b∩c			
a x b; a x c				a x b; b x c			
a || b; a || c				a || b; b || c			

Критерии оценивания:

“5”- выполнение всех заданий;
“4”- выполнение заданий 1, 2, 3;
“3”- выполнение заданий 1, 2;

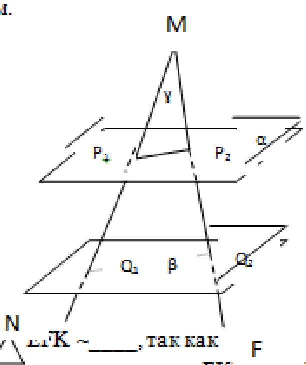
Практическая работа № 19 по теме:
«Решение задач на параллельность плоскостей в пространстве.
Вариант I

Вариант II

1. Заполните пропуски:

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости ______________________________ двум прямым другой плоскости, то эти плоскости ____________

2. На рисунке параллельные плоскости α и β пересечены прямыми MN и MF, P_1, P_2, Q_1, Q_2 – точки пересечения прямых с плоскостями α и β. Найдите P_1P_2, если M P_1 : M Q_1 = 3 : 4 и Q_1Q_2 = 72 см.



Решение. а) △ EFK ~____, так как _____________________, поэтому EK || ___ и EK=____.
Аналогично △ KFT~___, так как __________________, поэтому KT || ____ и KT _______.

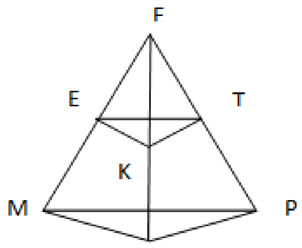
И так, пересекающиеся прямые EK и KT плоскости EKT соответственно ____________________ плоскости MNP, следовательно, эти плоскости ____________

Б) △ EKT ~____, так как _______________________, и коэффициент подобия k равен ___. Поэтому S_{EKT}:S_{MNP}=__=__, откуда S_{MNP}=_______=____

Ответ б)_____

Если две __________ плоскости пересечены _______, то линии их пересечения ___________

2. Точка F не лежит в плоскости треугольника MNP, точки E, K и T лежат на отрезках FM, FN и FP, при чем $\frac{FE}{FM}$ = $FKFN$=$FTFP$=23
а) Докажите, что плоскости EKT и MNP параллельны.
б) Найти площадь треугольника MNP, если площадь треугольника EKT равна 36 см²



Решение. 1) Пересекающиеся прямые MN и MF задают некоторую _____γ. P_1и P_2 – общие точки плоскостей α и γ, поэтому прямая P_1P_2 - __________, аналогично Q_1 и Q_2 - ____________________.

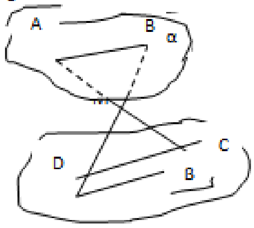
Итак, параллельные плоскости α и β пересечены плоскостью γ, поэтому, согласно _____________________, линии их пересечения _________, т.е. P_1P_2 II______

2) △ P_1MP_2 ~______, так как ________, следовательно, MP_1:MQ_1= P_1P_2: ___, P_1P_2 = ________=_____

Ответ. __

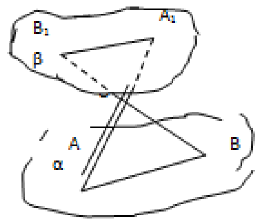
Вариант А 1

1. Точки А и В расположены в одной из параллельных плоскостей, C и D – в другой. Отрезки АС и BD пересекаются в точке М. BD = 15 см, АВ = 4 см, DC = 6 см.
1) Как расположены прямые АВ и CD? (Ответ поясните).
2) Вычислите длину отрезка DM.



Вариант А 2

1. Через точку O расположенную между параллельными плоскостями α и β, проведены две прямые, которые пересекают плоскости в точках А и A_1, В и B_1?
1) Как расположены прямые АВ и A_1B_1? (Ответ поясните).
2) Найдите длину отрезка A_1B_1, если АВ = 18 см, АО : OA_1 = 3 : 5.

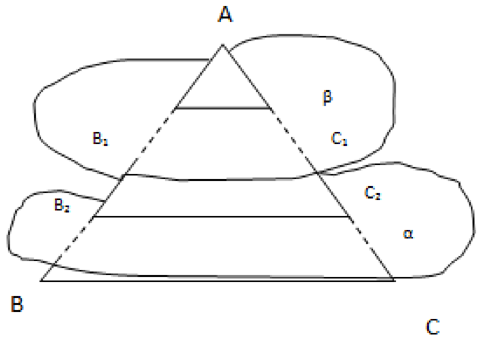


2. **Через вершины А и С параллелограмма ABCD проведены параллельные прямые A_1A и C_1C не лежащие в плоскости параллелограмма докажите параллельность**

плоскостей A_1AB и C_1CD плоскостей A_1AD и C_1CB

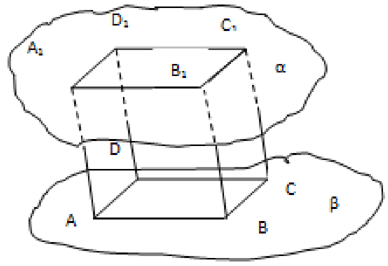
Вариант Б1

1. Параллелограммы ABCD и A_1B_1CD не лежат в одной плоскости. Докажите параллельность плоскостей BCB_1 и ADA_1
2. Через точки B_1 и B2 стороны AB равностороннего треугольника ABC проведены плоскости α и β, параллельные прямой BC.
   2) На какие фигуры делится этот треугольник плоскостями α и β?
   1) Вычислите периметр этих фигур если AC = 8 см и $AB_1 = B1B_2 = B_2B$



Вариант Б 2

1. Параллелограммы ABCD и ABC_1D_1 не лежат в одной плоскости. Докажите параллельность плоскостей CBC_1 и DAD_1.
2. Плоскость α параллельна плоскости, в которой лежит квадрат ABCD . Через вершины квадрата проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1, C_1 и D_1.
   1) Определите вид четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$.
   2) Вычислите периметр четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$, если AB = 12 см.



Вариант В1

1. Каждая из двух прямых параллельна плоскости α и β. При каком взаимном расположении данных прямых можно гарантировано утверждать, что α II β. Ответ объясните.
2. Плоскости α и β параллельны. Верно ли, что любая прямая плоскости α параллельна плоскости β? (Ответ поясните.)

Вариант В 2

1.Прямая a лежит в плоскости α и параллельна плоскости β. Прямая b параллельна плоскостям α и β. При каком расположении данных прямых можно гарантированно утверждать, что α II β? Ответ объясните.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. К – середина ребра AB. Постройте сечение куба плоскостью, которая содержит точку К и параллельна плоскости BB1D1.

Критерии оценивания:

«5» сделано 1 и вариант В

«4» сделано 1 и вариант Б

«3» сделано 1 и вариант А

Практическая работа № 20 по теме:
«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 1	Вариант 2
1. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если …	1. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если …
2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то …	2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то…
3. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если …	3. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то…
4. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то…	4. Признак перпендикулярности прямой и плоскости: …
5. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то…	5. Теорема о прямой, перпендикулярной плоскости: …
6. Признак перпендикулярности прямой и плоскости: …	6. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если …
7. Теорема о прямой, перпендикулярной плоскости: …	7. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то …
8. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ укажите плоскости, перпендикулярные прямой AB.	8. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ укажите плоскости, перпендикулярные прямой BC.
9. Точка О – центр квадрата со стороной, равной 6 см, ОА – отрезок, перпендикулярный к плоскости квадрата и равный 3 см. Найдите расстояние от точки А до вершин квадрата.	9. Точка К– центр квадрата со стороной, равной 6 см, КА– отрезок, перпендикулярный к плоскости квадрата и равный 3 см. Найдите расстояние от точки А до вершин квадрата.
10. В треугольнике ABC угол C = 90°, AC = BC, AB = 16. Отрезок CD перпендикулярен к плоскости ABC и CD = 6. Найдите расстояние от точки D до прямой AB.	10. В треугольнике ABC угол C = 90°, AC = BC, AB = 16. Отрезок CD перпендикулярен к плоскости ABC и CD = 6. Найдите расстояние от точки D до прямой AB.

Критерии оценивания:
«3» - верно выполнено 5 – 7 заданий
«4» - верно выполнено 8 - 9 заданий
«5» - верно выполнено 10 заданий

Проверочная работа № 21по теме:
«Решение задач на нахождение двугранных углов»

1 вариант

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостью нижней грани и плоскостью , проходящей через прямые A_1B_1 и DC ?
2. В тетраэдре DABC ребро AD перпендикулярно к плоскости ABC, AC=AB=10 см, BC=12 см, AD=8 см. Найдите линейный угол двугранного угла ABCD.
3. Треугольник ABC – прямоугольный ($\angle C=90^0$), $\angle A=30^0$, AC = a, DC $\perp$ (ABC), DC = a$\sqrt{3}$/2. Чему равен угол между плоскостями (ADB) и (ACB)?

4. ABCD – квадрат, O- точка пересечения диагоналей, OM ⊥ (ABC), OM = $\sqrt{6}$. Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найти угол между плоскостями (BDC) и (DMC).

2 вариант

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостями двух смежных граней куба?
2. В тетраэдре DABC ребро AD перпендикулярно к плоскости ABC, AC=AB=10 см, BC=18см, AD=12см. Найдите линейный угол двугранного угла ABCD.
3. ABCD – ромб, $\angle A=60^0$, AB = m, BE ⊥ (ABC), BE = $m\sqrt{3}/2$. Найти угол между плоскостями (AED) и (ABC).
4. Треугольник ABC – правильный, O – середина AC, OD ⊥ (ABC), OD = $2\sqrt{3}$. Сторона треугольника равна $8\sqrt{3}/3$. Найти угол между плоскостями (BDC) и (ABC).

Критерии оценивания:

“5”- выполнение всех заданий;

“4”- выполнение заданий 1, 2, 3;

“3”- выполнение заданий 1, 2;

Практическая работа № 22 по теме:

«Решение задач на нахождение углов и расстояний в пространстве»

Вариант 1

1. В ромбе ABCD AB = 10 см, угол BAD равен 45^0, BE – перпендикуляр к плоскости ABC. Двугранный угол EADB равен 60^0.
   1) Найдите расстояние от точки E до плоскости ABC;
   2) Вычислите угол между прямой AE и плоскостью ромба.

2. В треугольнике ABC угол C равен 900, BC = 5 см. Прямая BD перпендикуляр к плоскости треугольника. Расстояние от точки D до плоскости ABC равно $5\sqrt{3}$.
   1) Найдите расстояние от точки D до прямой AC;
   2) Найдите двугранный угол DABC;
   3) Какие из плоскостей ABD, CBD, ADC перпендикулярны плоскости ABC и почему?

Вариант 2

1. В параллелограмме ABCD AB = 20 см, угол BAD равен 45^0, BM - перпендикуляр к плоскости ABC. Угол между прямой MA и плоскость ABC равен 60^0.
   1) Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC;
   2) Вычислите двугранный угол MADB.

2. Прямая ME перпендикулярна плоскости прямоугольного треугольника HPE с гипотенузой HE. Сторона EP равна 5 см, расстояние от точки M до прямой PH равно 10 см.
   1) Найдите расстояние от точки M до плоскости EPH;
   2) Найдите двугранный угол MPHE;
   3) Какие из плоскостей HMP, MEP, MEH перпендикулярны плоскости EHP и почему?

Критерии оценивания:

«5» - выполнение всех заданий;

«4» - выполнение заданий 1(а, б); 2(а, б);
«3» - выполнение заданий 1(а); 2(а).

Практическая работа № 23 по теме:
«Правила комбинаторики»
Вариант 1

1. В вазе стоят 10 белых и 5 красных роз. Определите, сколькими способами из вазы можно выбрать букет, состоящий из двух белых роз и одной красной розы?
2. Даны цифры $1, 2, 5, 8, 9$. Определите, сколько четырехзначных чисел можно составить из них (цифры в одном числе не должны повторяться) при условии, что все остальные числа должны быть меньше 6000.
3. 12 человек разделены на группы по 4 человека в каждой. Сколькими способами это можно сделать?
4. Из 8 юношей и 6 девушек выбирают три пары для участия в танцевальном конкурсе. Сколькими способами можно сделать такой выбор?
5. На четырех полках необходимо расставить пять книг. Сколькими способами это можно сделать, если на первой полке должны стоять только одна любая книга?

Вариант 2

1. В вазе стоят 10 белых и 5 красных роз. Определите, сколькими способами из вазы можно выбрать букет, состоящий из двух красных роз и одной белой розы?
2. Даны цифры $1, 2, 5, 8, 9$. Определите, сколько четырехзначных чисел можно составить из них (цифры в одном числе не должны повторяться) при условии, что все остальные числа должны быть больше 4000.
3. 12 человек разделены на группы по 3 человека в каждой. Сколькими способами это можно сделать?
4. Из 6 различных букв и 10 различных цифр составляют 4 кода «буква-цифра». Сколькими способами это можно сделать?
5. За пять дней садовник должен высадить шесть различных деревьев. Сколькими способами он может распределить работу, если в первый день он должен высадить только одно любое дерево?

Критерии оценивания:
«3» - выполнение 3 задания;
«4» - выполнение 4 задания;
«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 24 по теме:
«Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки»
Вариант 1

1. Вычислите: а) $\frac{P_4}{P_8} * A_8^4$; б) $C_8^6 * P_2$
2. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 6 различных уроков?
3. Сколькими способами из 10 игроков волейбольной команды можно выбрать стартовую шестерку?

4. Решите уравнение: $A_{x+1}^{2} = 20$;
5. Вычислите: а) $\frac{P_{20}}{A_{20}^{15}} - \frac{A_{20}^{5}}{C_{20}^{5}}$; б) $C_5^3 C_4^2 + C_4^2 C_3^1$;
6. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр $6,7,8,9,0$ (цифры в одном числе не должны повторяться) ?
7. Сколько диагоналей имеет выпуклый семиугольник?
8. Вычислите: $\frac{A_{12}^{4} - A_{11}^{4}}{C_{11}^{3}}$;
9. Сколько различных неправильных дробей, не равных единице, можно составить, используя в числителе и знаменателе числа 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13?
10. Сколько различных натуральных делителей имеет число 210?

Вариант 2.

1. Вычислите: а) $\frac{P_5}{P_9} * A_9^5$; б) $C_{10}^{7} * P_3$
2. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (цифры в одном числе не должны повторяться)?
3. Сколькими способами из 25 учеников класса можно выбрать четырех для участия в праздничном концерте?
4. Решите уравнение: $C_x^{x-1} * (x-1) = 30$;
5. Вычислите: а) $\frac{P_{14}}{A_{14}^{10}} - \frac{A_{14}^{4}}{C_{14}^{4}}$; б) $C_4^6 C_5^3 - C_5^3 C_4^2$;
6. Сколькими способами можно расставить на книжной полке тома 4 – томника Эдгара По так, чтобы четвертый том не стоял крайним слева?
7. Сколько существует различных треугольников с вершинами в 7 данных точках, если известно, что 3 из них лежат на одной прямой?
8. Вычислите: $\frac{A_{15}^{5} - A_{14}^{5}}{C_{14}^{4}}$;
9. Из 11 учебных предметов составляют расписание дня из 5 уроков. Сколькими способами это можно сделать при условии, чтобы в расписании была физкультура, но не на первых трех уроков?
10. Сколько различных произведений, кратных 10, можно составить из множителей 2, 3, 5, 7, 11, 13, используя каждый множитель по одному разу?

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 6-7 задания;

«4» - выполнение 8-9 заданий;

«5» - выполнение 10 заданий.

Практическая работа № 25 по теме:
«Бином Ньютона и треугольник Паскаля».
Вариант 1

1. Записать разложение бинома:
1) $(a + 1)^7$; 2)$(1 + 2x)^8$;
2) $(4b - {}^1/_4)^4$.

2. Возвести в степень:
1) $\left(1-\sqrt{7}\right)^5$;2)$\left(\sqrt{3}+1\right)^6$.

3. Найдите пятый член разложения бинома:
1) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^{10}$; 2)$\left(b+\sqrt{b}\right)^{11}$.

4. Найдите значение суммы:
1) $C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8$;
2) $C_7^1 + C_7^2 + C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6$.

5. Найдите член разложения бинома:
1) $\left(a^{\frac{-1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}\right)^{20}$, содержащий a^5;
2) $\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{4}{5}}\right)^{25}$, содержащий x^{13}.

Вариант 2

1. Записать разложение бинома:
1) $(x + 1)^8$; 2)$(2 + y)^7$;
2) $({}^1/_3 - 3x)^4$.

2. Возвести в степень:
1) $\left(\sqrt{5}-1\right)^6$; 2)$\left(1+\sqrt{6}\right)^4$.

3. Найдите шестой член разложения бинома:

1) $\left(\sqrt{x}-x\right)^{8}$; 2) $\left(\frac{1}{b}+b\right)^{12}$.

4. Найдите значение суммы:

1) $C_9^9+C_9^8+C_9^7+C_9^6+C_9^5+C_9^4+C_9^3+C_9^2+C_9^1+C_9^0$;

2) $C_8^1+C_8^2+C_8^3+C_8^4+C_8^5+C_8^6+C_8^7$.

5. Найдите член разложения бинома:

1) $\left(b^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^{14}$, содержащий b^6;

2) $\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{-1}{4}}\right)^{24}$, содержащий x^5.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2 и 3;

«4» - выполнение заданий 1,2,3 и 4;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 26 по теме: «Решение прикладных задач»

Вариант 1

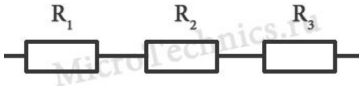
1. Сколькими способами можно составить дозор из трёх солдат и одного офицера, если всего в наличии 50 солдат и 3 офицера?

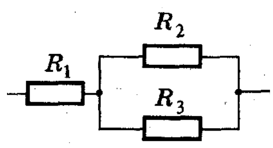
2. Пишутся последовательности из 30 символов 0 или 1. Докажите, что их число больше 10^9.

3. В двух ящиках лежит по одинаковому количеству разных резисторов. Первый человек выбрал по одному резистору из каждого ящика, а перед тем, как стал выбирать по одному резистору второй человек, кто-то переложил один резистор из одного ящика в другой. У кого из них больше вариантов выбора, если учесть, что выбранные резисторы возвращаются обратно?

4. Используйте биноминальную формулу для приближенного вычисления выражения $1{,}002^{10}$.

5. Сколько различных сопротивлений можно получить, используя резисторы и их соединения, из следующего набора: $R_1 = 10$, $R_2 = 100$ и $R_3 = 1000$ *Ом* .





Вариант 2

1. Белоснежка и семь гномов садятся за круглый стол. Известно, что Ворчун не хочет сидеть рядом с Весельчаком и Соней. Сколькими способами их можно рассадить за стол так, чтобы

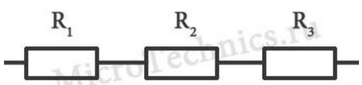
Ворчуна всё устраивало, если считать, что не важно, кто на какое место сядет, важно только, кто будет соседями каждого гнома и Белоснежки?

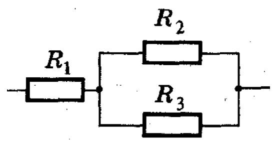
2. Пишутся последовательности из 25 символов 0 или 1. Докажите, что их число больше 10^9.

3. В двух ящиках лежит по одинаковому количеству разных резисторов. Первый человек выбрал по одному резистору из каждого ящика, а перед тем, как стал выбирать по одному резистору второй человек, кто-то переложил один резистор из одного ящика в другой. У кого из них больше вариантов выбора, если учесть, что выбранные резисторы возвращаются обратно?

4. Используйте биноминальную формулу для приближенного вычисления выражения $1{,}003^9$.

5. Сколько различных сопротивлений можно получить, используя резисторы и их соединения, из следующего набора: $R_1 = 12$, $R_2 = 90$ и $R_3 = 1000$ *Ом* .





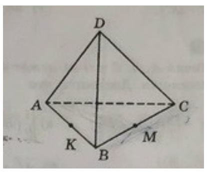
Критерии оценивания:
«3» - выполнение 3 заданий;
«4» - выполнение 4 заданий;
«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 27 по теме:

« Выполнение действий над векторами».

Вариант 1

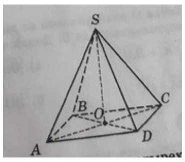
1.



DABC – треугольная пирамида. Точки K и M – середины ребер AB и BC соответственно. Назовите вектор с началом и концом в вершинах пирамиды или данных точках, равный: а) $2\overrightarrow{\mathrm{BK}}$; б) $\overrightarrow{\mathrm{AD}} + \overrightarrow{\mathrm{DB}}$; в) $\overrightarrow{\mathrm{AC}} - \overrightarrow{\mathrm{AK}}$.

2. Дан квадрат ABCD и произвольная точка O. Докажите, что: а) $\left|\overrightarrow{\mathrm{BO}} + \overrightarrow{\mathrm{OD}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{AO}} - \overrightarrow{\mathrm{CO}}\right|$; б) $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\mathrm{AO}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}\right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

3.



$SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида. Точка O – центр основания пирамиды. Назовите вектор с началом и концом в данных точках, равный:

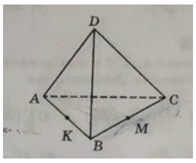
а) $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{CD}$; б) $2(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{OD})$; в) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC})+\overrightarrow{OB}$

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны. Докажите коллинеарность векторов $\vec{a}-3\vec{b}$ и $\vec{a}+\vec{b}$.

5. Точка O равноудалена от вершин прямоугольника $ABCD$. Докажите, что : а) $|\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{DA}|$; б) $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$

Вариант 2

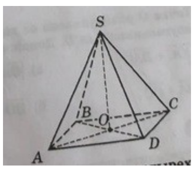
1.



$DABC$ – треугольная пирамида. Точки K и M – середины ребер AB и BC соответственно. Назовите вектор с началом и концом в вершинах пирамиды или данных точках, равный: а) $2\overrightarrow{MC}$; б) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$; в) $\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{AM}$.

2. Дан квадрат $ABCD$ и произвольная точка O. Докажите, что: а) $|\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}|=|\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{CO}|$; б) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OC})=-\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$;

3.



$SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида. Точка O – центр основания пирамиды. Назовите вектор с началом и концом в данных точках, равный:

а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BS}+\overrightarrow{SO}$; б) $2\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OC}\right)$; в) $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)+\overrightarrow{OC}$

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны. Докажите коллинеарность векторов $\vec{a}+\overrightarrow{2b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$.

5. Точка O равноудалена от вершин прямоугольника $ABCD$. Докажите, что : а)

$\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{CB}\right|=\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AB}\right|$; б) $\overrightarrow{BO}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AO}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение 3 заданий;
«4» - выполнение 4 заданий;
«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 28 по теме:
« Решение простейших задач в координатах».
Вариант 1

1. Даны точки $A(5;-2;1); B(-3;4;7)$:
   a) Найдите координаты середины отрезка AB;
   b) Найдите координаты точки C, если точка А – середина отрезка CB;
   c) Найдите расстояние от точки А до плоскости Oxy.
2. Даны векторы $\vec{a}\{2;-6;3\}$ и $\vec{b}\{-1;2;-2\}$. Найдите: $|\vec{a}|+|\vec{b}|$.
3. Даны точки $A(2;1;-8); B(1;-5;0); C(8;1;-4)$:
   a) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный;
   b) Найдите длину средней линии треугольника, соединяющей середины боковых сторон.
4. Даны точки $A(4;-1;3); B(0;5;-3)$. Найдите координаты точки С – середины отрезка AB.
5. Дан вектор $\vec{a}\{-6;4;12\}$. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, если $|\vec{b}|=7$, и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены.
6. Найдите координаты четвертой вершины параллелограмма $ABCD$, если $A(2;4;-4); B(1;1;-3); C(-2;0;5)$.
7. Даны точки $A(-3;2;4); B(5;0;-2)$. Найдите координаты точки C и D, если точки A и B делят отрезок CD в отношении 1:2:1.

8. Векторы $\overrightarrow{AB}\{4;-4;2\}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AC}$, если $|\overrightarrow{BC}| = 3$.

Вариант 2

1. Даны точки $A(-2;3;4); B(4;-1;6)$:
   a. Найдите координаты середины отрезка AB;
   b. Найдите координаты точки C, если точка В – середина отрезка AC;
   c. Найдите расстояние от точки В до плоскости Oyz.
2. Даны векторы $\vec{a}\{2;-6;3\}$ и $\vec{b}\{-1;2;-2\}$. Найдите: $|\vec{a}| - |\vec{b}|$.
3. Даны точки $A(-1;5;3); B(-3;7;-5); C(3;1;-5)$:
   c) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный;
   d) Найдите длину средней линии треугольника, соединяющей середины боковых сторон.
4. Даны точки $A(3;-2;5); B(-1;4;3)$. Найдите координаты точки С – середины отрезка AB.
5. Дан вектор $\vec{a}\{-6;4;12\}$. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, если $|\vec{b}| = 28$, и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены.
6. Найдите координаты четвертой вершины параллелограмма $ABCD$, если $B(-7;6;7); C(4;-2;-3); D(-3;8;-5)$.
7. Даны точки $A(1;2;5); B(-3;4;1)$. Найдите координаты точки C и D, если точки A и B делят отрезок CD в отношении 1:2:1.
8. Векторы $\overrightarrow{AB}\{4;-4;2\}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AC}$, если $|\overrightarrow{BC}| = 12$.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение 4-5 заданий;
«4» - выполнение 6-7 заданий;
«5» - выполнение 8 заданий.

Практическая работа № 29 по теме:
«Составление уравнений сферы, плоскости и прямой в пространстве».

Вариант 1

1. Точка А $(0;\sqrt{2};\ \sqrt{5})$ лежит на сфере с центром О (3; 0; 0).
   1) Запишите уравнение сферы;
   2) Принадлежат ли этой сфере точки с координатами $(5;\ 0;\ 2\sqrt{3})$, (4; - 1; 0)?
2. Даны точки А (- 3; 1,5; - 2) и В (3; - 2,5; 2). Отрезок АВ является диаметром сферы.
   1) Запишите уравнение сферы;
   2) Принадлежат ли этой сфере точки с координатами $(\sqrt{7};\ -1{,}5;\ 3)$, (3; 2,5; 1)?
3. Даны сфера $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ и плоскость, проходящая через точки (0; 8; 0), $(0;\ 0;\ {}^{8\sqrt{3}}/_{3})$ параллельно оси *Ox*. Пересекает ли эта плоскость сферу? В случае пересечения найдите длину линии пересечения.
4. Имеют ли общие точки шары, ограниченные сферами
   $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 4y – 6z + 11$; $x^2 + y^2 + z^2 – 8y +6z = - 21$?
5. Даны три точки А (1; 2; 0), В (2; 3; 0), С(3; 4; 7). Напишите уравнения:
   1) Прямой АВ;
   2) Прямой, проходящей через В и параллельно оси *Ox*;
   3) Плоскости, содержащей все три данные точки.

Вариант 2

1. Центр сферы имеет координаты (0; 0; 4). Сфера проходит через точку А $(2\sqrt{2};0;\ 5)$.
   1) Запишите уравнение сферы;
   2) Принадлежат ли этой сфере точки с координатами $(0;\ \sqrt{5};\ 6)$, (3; 1; 5)?
2. Точки С (1; - 1,5; 3) и В (- 1; 2,5; - 3) лежат на сфере. Центр сферы принадлежит отрезку СВ.
   1) Запишите уравнение сферы;
   2) Принадлежат ли этой сфере точки с координатами $(3;-1{,}5;\ \sqrt{7})$, (1; 2,5; 3)?
3. Плоскость α параллельна оси *Oz*,пересекает плоскость *Oxy* по прямой *a*. Прямая *a* в плоскости *Oxy* имеет уравнение $y = 6\sqrt{2} - x$. Пересечет ли плоскость α сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 100$? В случае пересечения найдите длину этой линии .
4. Имеют ли общие точки шары, ограниченные сферами
   $x^2 + y^2 + z^2 = 2x – 6z + 61$; $x^2 +4x + y^2 + z^2 = 6y +8z -4$?
5. Даны три точки А (1; 0; 2), В (0; 3; 2), С(4; 3; 7). Напишите уравнения:
   1) Прямой АВ;
   2) Прямой, проходящей через В и параллельно оси *Ox*;
   3) Плоскости, содержащей все три данные точки.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 заданий;

«4» - выполнение 4 заданий;

«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 30 по теме: «Вычисление углов между прямыми и плоскостями»

Вариант 1

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми AD_1 и ВК, где К - середина DD_1.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, основанием которого является квадрат со стороной 3см. Найдите угол между прямыми C_1D и A_1C, если боковое ребро равно 6 см.

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребра AB, AD, AA_1 соответственно равны 2см, 4 см, 6 см. Найдите угол между прямыми BD и AB.
4. Найдите расстояние от точки A (10; 0; 0) до прямой, проходящей через точки B (0; 0; 0) и C (8; 6; 0).
5. Точки A(1; 0; 0), C (4; 3; 0), B (0; 5; 0) являются вершинами треугольника. Найдите высоту BH.

Вариант 2

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми AC и DC_1.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, основанием которого является квадрат со стороной 5см. Найдите угол между прямыми C_1D и A_1C, если боковое ребро равно 10 см.
3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребра AB, AD, AA_1 соответственно равны 1см, 2 см, 3 см. Найдите угол между прямыми BD и AB.
4. Найдите расстояние от точки B (8; 0; 0) до прямой, проходящей через точки A (0; 0; 0) и C (6; 2; 0).
5. Точки A(4; 0; 0), C (8; 2; 0), B (0; 3; 0) являются вершинами треугольника. Найдите высоту BH.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 задания;
«4» - выполнение 4 задания;
«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа №31 по теме:

«Преобразование выражений при помощи основных тригонометрических тождеств»

Вариант 1

1. Выразить в радианной мере углы : $а)\ 210^\circ;\ б)\ 315^\circ; в)\ 780^\circ$;
2. Выразить в градусной мере углы: $а)\ 1\frac{1}{4}\pi;\ б)\ 1{,}8\pi; в)\ 10{,}5\pi$;
3. Известно, что $\sin\alpha = 0{,}8 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите значение трех других тригонометрических функций угла α.
4. Упростите выражение: $\frac{1}{\sin^2\alpha} - \operatorname{ctg}^2\alpha - \cos^2\beta$
5. Докажите тождество: $\frac{\sin\alpha - \cos\beta}{\sin\beta + \cos\alpha} = \frac{\sin\beta - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\beta}$

Вариант 2

1. Выразить в радианной мере углы : $а)\ 225^\circ;\ б)\ 420^\circ; в)\ 675^\circ$;

2. Выразить в градусной мере углы: а) $1\frac{1}{3}\pi$; б) $1,7\pi$; в) $12,3\pi$;

3. Известно, что $\cos\alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите значение трех других тригонометрических функций угла α.

4. Упростите выражение: $\frac{1}{\cos^2\alpha} - tg^2\alpha - \sin^2\beta$

5. Докажите тождество: $\frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\beta + \cos\alpha} = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\sin\alpha + \sin\beta}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 заданий;

«4» - выполнение 4 заданий;

«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 32 по теме: «Преобразование тригонометрических уравнений при помощи формул приведения».

Записать ход решения и выбрать правильный ответ.

Вариант 1

	Задание	I	II	III	IV
1	Вычислить $tg(-315°)$	1	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{2}$
2	Вычислить $\frac{\sin(-330°)}{\cos 120°}$	-1	$\sqrt{3}$	1	$-\sqrt{3}$
3	Упростить $\frac{\sin(180°-\alpha)\,tg(270°-\alpha)}{\cos(270°+\alpha)}$	$-ctg\,\alpha$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$
4	Упростить $\frac{tg(\pi-x)+ctg\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}{ctg\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$	-2	2	1	0

Вариант 2

	Задание	I	II	III	IV
1	Вычислить $\sin(-420°)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{2}$

2	Вычислить $tg\left(-390°\right)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
3	Упростить $\frac{tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+ctg\left(\pi+\alpha\right)-\sin\alpha}{\cos\left(2\pi+\alpha\right)}$	$tg\,\alpha$	$-tg\,\alpha$	$ctg\,\alpha$	$-ctg\,\alpha$
4	Упростить $\frac{\sin\left(2\pi-y\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+y\right)}{\cos\left(2\pi+y\right)}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1

Критерии оценивания:

«5» - все правильно выполненные задания;
«4» - три правильно выполненных задания;
«3» - два правильно выполненных задания.

Практическая работа № 33 по теме:
«Преобразование тригонометрических выражений при помощи формул сложения»

Вариант 1

1. Вычислите точное значение тангенса 15 градусов, используя формулы сложения.
2. Упростите выражение:

a) $sin\,\frac{\pi}{4}\,cos\,\frac{\pi}{12}+cos\,\frac{\pi}{4}\,sin\,\frac{\pi}{12}$

b) $sin\,20°\,cos\,40°+cos\,20°\,sin\,40°$;

c) $\frac{tg\,45°-tg\,15°}{1+tg\,15°\,tg\,45°}$; d) $\frac{tg\,\frac{\pi}{4}+tg\,\frac{\pi}{12}}{1-tg\,\frac{\pi}{4}\,tg\,\frac{\pi}{12}}$

3. Докажите тождество: $\sin\alpha\cos3\alpha-cos\,\alpha\sin3\alpha=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2\alpha\right)$.

Вариант 2

1. Вычислите точное значение тангенса 120 градусов, используя формулы сложения.
2. Вычислите:

a) $sin\,45°\,cos\,15°-cos\,45°\,sin\,15°$;

b) $cos\,\frac{\pi}{3}\,cos\,\frac{\pi}{12}+sin\,\frac{\pi}{3}\,sin\,\frac{\pi}{12}$

c) $\frac{tg\,22°+tg\,23°}{1-tg\,22°\,tg\,23°}$; d) $\frac{tg\,\frac{\pi}{3}-tg\,\frac{\pi}{12}}{1+tg\,\frac{\pi}{3}\,tg\,\frac{\pi}{12}}$

3. Докажите тождество: $\sin4\alpha\sin\alpha-cos\,4\alpha\cos\alpha=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+5\alpha\right)$.

Критерии оценивания:

«5» - все правильно выполненные задания;
«4» - два правильно выполненных задания;
«3» - одно правильно выполненных задания.

Практическая работа № 34 по теме:
«Преобразование тригонометрических выражений при помощи формул двойного и половинного аргумента»

Вариант А1

Вариант А2

❶

Вычислите:

Вариант А1:

а) $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$;

б) $2\cos^2 15^\circ\ \mathrm{tg}\,15^\circ$.

Вариант А2:

а) $2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$;

б) $1-2\sin^2 22^\circ 30'$.

❷

Найдите $\cos 2\alpha$, если

Вариант А1: $\sin\alpha=-0,6$.

Вариант А2: $\cos\alpha=0,8$.

❸

Упростите выражение:

Вариант А1: $\mathrm{tg}\,2\alpha\cdot\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\,\alpha}{4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}$.

Вариант А2: $\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\,\alpha}\cdot(1+\cos 4\alpha)$.

❹

Докажите тождество:

Вариант А1: $\sin 2\alpha-\mathrm{tg}\,\alpha=\cos 2\alpha\ \mathrm{tg}\,\alpha$.

Вариант А2: $\mathrm{ctg}\,\alpha-\sin 2\alpha=\cos 2\alpha\ \mathrm{ctg}\,\alpha$.

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Вычислите:

Вариант Б1:

а) $4\sin\frac{7\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12}$;

б) $\dfrac{\sin 15^\circ}{\sin 5^\circ}-\dfrac{\cos 15^\circ}{\cos 5^\circ}$.

Вариант Б2:

а) $\cos^4\frac{5\pi}{12}-\sin^4\frac{5\pi}{12}$;

б) $\mathrm{ctg}\,15^\circ-\mathrm{tg}\,15^\circ$.

❷

Известно, что

Вариант Б1:

$\cos\alpha=-0,28$
и α — угол II четверти.
Найдите $\sin\frac{\alpha}{2}$.

Вариант Б2:

$\cos\alpha=0,28$
и α — угол I четверти.
Найдите $\cos\frac{\alpha}{2}$.

3

Упростите выражение:

$4\sin\alpha\cos^3\alpha - 4\sin^3\alpha\cos\alpha.$

$\dfrac{1-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{2\cos^2\alpha-1}.$

4

Докажите тождество:

$\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}2\alpha-\operatorname{tg}\alpha}=\cos 2\alpha.$

$\dfrac{\operatorname{tg}2\alpha\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}2\alpha-\operatorname{tg}\alpha}=\sin 2\alpha.$

Вариант В1

1

Вычислите:

а) $\sin 75°\sin 15°$;

б) $\left(\cos\dfrac{\pi}{12}-\sin\dfrac{\pi}{12}\right)\times$

$\times\left(\cos^3\dfrac{\pi}{12}+\sin^3\dfrac{\pi}{12}\right).$

2

Известно, что

$\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt5}$ и $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}.$

Найдите $\operatorname{tg}(\pi+4\alpha)$.

3

Упростите выражение:

$\dfrac{\cos\alpha}{\operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2}-\sin\alpha}.$

4

Докажите тождество:

$\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}2\alpha=\dfrac{1}{\sin 2\alpha}.$

Вариант В2

1

Вычислите:

а) $\cos 15°\cos 75°$;

б) $\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+\sin\dfrac{\pi}{8}\right)\times$

$\times\left(\cos^3\dfrac{\pi}{8}-\sin^3\dfrac{\pi}{8}\right).$

2

Известно, что

$\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt5}$ и $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}.$

Найдите $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-4\alpha\right).$

3

Упростите выражение:

$\dfrac{\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha-\operatorname{tg}2\alpha}.$

4

Докажите тождество:

$1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}2\alpha=\dfrac{1}{\cos 2\alpha}.$

Критерии оценивания:

Уровень А – «3»;
Уровень Б – «4»;
Уровень В – «5».

Практическая работа № 35 по теме:

«Преобразование сумм и разностей тригонометрических выражений в произведение»

Вариант А1

Вариант А2

❶

Преобразуйте выражение

$\sin 6\alpha - \sin 4\alpha;$

$\cos 7\alpha - \cos 3\alpha;$

❷

Упростите выражение:

а) $\dfrac{\sin 3\alpha + \sin\alpha}{\cos 3\alpha - \cos\alpha};$

а) $\dfrac{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha};$

❸

Докажите тождество:

$$\frac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha.$$

$$\frac{\cos\alpha + 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin\alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

Вариант Б1

Вариант Б2

❶

Найдите значение выражения, используя представление тригонометрических выражений в виде

а) произведения:

$\dfrac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 1};$ **ы:**

$\dfrac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\sin 31^\circ};$

❷

Упростите выражение:

$\sin\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\dfrac{2\pi}{3} - \alpha\right);$ $\Big);$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\dfrac{3\pi}{4} + \alpha\right);$ $\Big);$

❸

Докажите тождество:

$$\frac{2\sin 3\alpha\cos\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha} = \frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$\frac{2\cos 3\alpha\cos\alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

3

Докажите тождество:

$$\frac{2\sin 3\alpha\cos\alpha-\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 6\alpha}=\frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$\frac{2\cos 3\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha}{\sin 6\alpha-\sin 2\alpha}=\frac{1}{4\sin\alpha\cos\alpha}.$$

Вариант В1

1

Вычислите:

$$\frac{\sin\frac{7\pi}{18}-\sin\frac{\pi}{9}}{\cos\frac{7\pi}{18}-\cos\frac{\pi}{9}};$$

2

Упростите выражение:

$$\frac{\sin 6\alpha-\sin 4\alpha+\sin 2\alpha}{4\cos 3\alpha\cos 2\alpha};$$

3

Докажите тождество:

$$\frac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}=\operatorname{ctg}\frac{C}{2},$$

Вариант В2

1

$$\frac{\sin\frac{5\pi}{18}+\sin\frac{2\pi}{9}}{\cos\frac{5\pi}{18}+\cos\frac{2\pi}{9}};$$

2

$$\frac{4\sin 3\alpha\sin 2\alpha}{\sin 4\alpha-\sin 6\alpha+\sin 2\alpha};$$

3

$$\frac{\cos A-\cos B}{\sin A-\sin B}=-\operatorname{ctg}\frac{C}{2},$$

если A, B и C — углы треугольника.

Критерии оценивания:
Уровень А – «3»;
Уровень Б – «4»;
Уровень В – «5».

Практическая работа № 36 по теме:
«Преобразование произведений тригонометрических выражений в суммы».
Вариант 1.

1. Вычислите $\sin 15^0 \sin 75^0$

2. Вычислите $\left(\sqrt{2}-1\right)\cos\frac{7\pi}{24}\cos\frac{\pi}{24}$

3. Вычислите $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\sin\frac{13\pi}{24}\sin\frac{7\pi}{24}$

4. Вычислите $\cos 61^\circ\cos 29^\circ-\sin 46^\circ\sin 14^\circ$

5. Вычислите $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}$

6. Упростите выражение $\frac{2\sin\alpha\ \sin 2\alpha + \cos 3\alpha}{2\cos\alpha}$

7. Вычислите $\cos^2 7^\circ + \cos^2 1^\circ - \cos 8^\circ \cos 6^\circ$

8. Вычислите $2\sin 55^\circ \cdot \cos 10^\circ + 2\sin^2 12^\circ 30' - \frac{\sqrt{2}}{2}$

Вариант 2.

1. Вычислите $\cos 15^0 \cos 75^0$

2. Вычислите $(\sqrt{12} - \sqrt{8})\sin\frac{11\pi}{24}\cos\frac{5\pi}{24}$

3. Вычислите $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{16}\cos\frac{\pi}{16} - \cos\frac{5\pi}{16}\cos\frac{3\pi}{16}\right)$

4. Вычислите $\sin 33^\circ\ \sin 27^\circ - \cos 48^\circ \cos 42^\circ$

5. Вычислите $\sqrt{8}\ \sin\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$

6. Упростите выражение $2\sin(\alpha - 15^\circ)\ \cos(\alpha + 15^\circ) - \sin 2\alpha$

7. Вычислите $\cos^2 2^\circ - \cos 28^\circ \cos 32^\circ$

8. Вычислите $2\sin 35^\circ \cdot \cos 10^\circ + 2\sin^2 32^\circ 30' - \frac{\sqrt{2}}{2}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 4-5 заданий;

«4» - выполнение 6-7 заданий;

«5» - выполнение 8 заданий.

Практическая работа № 37 по теме:
«Преобразование тригонометрических выражений через тангенс половинного угла»
Вариант 1

1. Найдите *sin 4α, cos 4α*, если *tg 2α = 3*;
2. Найдите *sin α, cos α, ctg α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 0{,}5$;
3. Найдите *sin α, cos α, ctg α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = -2{,}4$ и $90^0 < {}^{\alpha}/_{2} < 135^0$;
4. Найдите *cos α + sin α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 3$;
5. Найдите $cos^4\alpha - sin^4\alpha$, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 0{,}5$;
6. Что больше: *tg 2α* или *2tg α*, где $0^0 < \alpha < 90^0$, $\alpha \neq 45^0$? При каких значениях α имеет место равенство *tg 2α = 2tg α*?
7. Дано: *tg x = -0,75, tg y = 2,4*, $90^0 < x < 180^0$, $0^0 < y < 90^0$.

   Найдите *sin (x – 2y)*; *cos (2x + y)*.

Вариант 2

1. Найдите *sin 4α, cos 4α*, если *tg 2α = 8*;
2. Найдите *sin α, cos α, ctg α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 0{,}2$;

3. Найдите *sin α, cos α, ctg α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = -1{,}8$ и $90^0 < {}^{\alpha}/_{2} < 135^0$;
4. Найдите *cos α + sin α*, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 8$;
5. Найдите $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$, если $tg\ ^{\alpha}/_{2} = 0{,}2$;
6. Что больше: *ctg 2α* или *2ctg α*, где $0^0 < \alpha < 90^0$, $\alpha \neq 45^0$? При каких значениях α имеет место равенство *ctg 2α = 2ctg α*?
7. Дано: *tg x = -0,75, tg y = 2,4*, $90^0 < x < 180^0$, $0^0 < y < 90^0$.
   Найдите *sin (2x + y)*; *cos (x -2 y)*.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3-4 заданий;

«4» - выполнение 5-6 заданий;

«5» - выполнение 7 заданий.

Практическая работа №38 по теме: «Преобразование различных тригонометрических выражений»

Вариант 1.

А1. Упростите выражение $\sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha - \cos 2\alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos 5\alpha$.

А2. Вычислите $2\cos^2\alpha - 4\sin^2\alpha$, если $\cos^2\alpha = \frac{2}{7}$.

А3. Упростите выражение $\sin\frac{2\pi}{15}\cdot\cos\frac{\pi}{5} + \cos\frac{2\pi}{15}\cdot\sin\frac{\pi}{5}$.

А4. Упростите выражение $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{12} - \cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{12}$.

А5. Вычислите: $\sin\left(180^\circ - 60^\circ\right) + \cos\left(270^\circ + 30^\circ\right)$.

А6. Упростите выражение $\frac{1 - \mathrm{tg}^2\alpha}{\cos 2\alpha}$.

А7. Вычислите: $\cos\left(270^\circ + 60^\circ\right) + \cos\left(180^\circ - 60^\circ\right)$.

А8. Упростите выражение $\left(1 + \mathrm{ctg}^2\alpha\right)\left(\cos^2\alpha - 1\right)$.

А9. Найдите значение выражения

$5\cos x \cdot \sin 2x - 5\cos 2x \cdot \sin x$, если $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{3}{5}$.

А10. Найдите значение выражения

$5\cos x \cdot \sin 2x + 5\cos 2x \cdot \sin x$, если $5\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) = -2$.

А11. Упростите выражение $\cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 3 - \sin 2x$.

А12. Упростите выражение $\cos x \cos(2\pi - x) + 2 - \sin^2 x$.

А13. Упростите выражение $\sin 5\alpha \cdot \sin 3\alpha + \cos 5\alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos 8\alpha$.

А14. Вычислите $4\sin^2\alpha - 12\cos^2\alpha$, если $\sin^2\alpha = \frac{3}{8}$.

В1. Найдите значение выражения $\sqrt{7}\cos\alpha - \frac{1}{2}$, если $\sin\alpha = -\sqrt{\frac{3}{7}}$, $\alpha \in [90^\circ;\ 270^\circ]$

В2. Найдите значение выражения $\sqrt{6}\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$.

Вариант 2.

А1. Найдите значение выражения $7 - 24\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$, если $\sin 2\alpha = -\frac{1}{6}$.

А2. Вычислите $4\sin^2\alpha - 5\cos^2\alpha$, если $\sin^2\alpha = \frac{2}{3}$.

А3. Упростите выражение $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{\pi}{42} - \sin\frac{\pi}{7} \cdot \sin\frac{\pi}{42}$.

А4. Упростите выражение $\cos\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{5\pi}{42} + \sin\frac{2\pi}{7} \cdot \sin\frac{5\pi}{42}$.

А5. Вычислите: $\cos(180^\circ + 60^\circ) - \cos(90^\circ + 60^\circ)$.

А6. Упростите выражение $\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - \mathrm{tg}^2\alpha\right) - 2\sin^2\alpha$.

А7. Вычислите: $\cos(360^\circ + 45^\circ) + \cos(270^\circ - 45^\circ)$.

А8. Упростите выражение $\frac{8\sin^2\alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}$.

А9. Найдите значение выражения

$3\cos x \cdot \sin 2x - 3\cos 2x \cdot \sin x$, если $\sin(3\pi + x) = -\frac{2}{3}$.

А10. Найдите значение выражения

$5\sin 2x \cdot \sin x + 5\cos 2x \cdot \cos x$, если $5\cos(5\pi - x) = 3$.

А11. Упростите выражение $2(\cos 4x \cdot \cos 7x + \sin 2x) + 2 \cdot \sin 4x \cdot \sin 7x$.

А12. Упростите выражение $\sin\alpha\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 1 - \cos^2\alpha$.

А13. Найдите $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$.

А14. Вычислите $9\sin^2\alpha - 4$, если $\cos\alpha = -\frac{2}{9}$.

В1. Найдите значение выражения $\sqrt{6}\cos(2\pi + \alpha)$, если $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$.

В2. Найдите значение выражения $-\sqrt{26}\cos\alpha - \frac{1}{5}$, если $\sin\alpha = -\sqrt{\frac{5}{13}}$, $\alpha \in [-90^\circ;\ 90^\circ]$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 12-13 заданий;
«4» - выполнение 14-15 заданий;
«5» - выполнение 16 заданий.

Практическая работа № 39 по теме: «Простейшие тригонометрические уравнения»

Решить уравнения:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1) $\cos x = \frac{1}{2}$;	1) $\cos x = 0$;	1) $\sin x = \frac{1}{2}$;	1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2) $\cos x = 1$;	2) $\text{sinx} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
3) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	3) $\cos x = -1$;	3) $\sin 2x = \frac{1}{2}$;	3) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
4) $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	4) $\sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$;	4) $\sin x = 0$;	4) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
5) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	5) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$;	5) $\cos \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	5) $\sin x = 1$;
6) $\sin x = -1$;	6) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;	6) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;	6) $\sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
7) $tgx = \frac{\sqrt{3}}{3}$;	7) $tgx = 0$;	7) $tgx = -1$;	7) $tgx = \sqrt{3}$;
8) $tg\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;	8) $tg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$;	8) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$;	8) $tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$
9) $tgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;	9) $tg\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = -1$;	9) $tgx = -1$;	9) $tgx = -\sqrt{3}$;
10) $\sin\left(\frac{x}{4} + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$;	10) $\cos 5x = 3$;	10) $\sin 3x = 2$;	10) $\cos 2x = 1{,}5$;
11) $\sin \frac{x}{2} = -2$;	11) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	11) $\cos \frac{x}{4} = -\sqrt{3}$;	11) $\sin \frac{x}{3} = -\sqrt{2}$;
12) $tg3x(\sqrt{2} - \sin x) = 0$.	12) $tg7x = \sqrt{3}$.	12) $tgx(2 - \cos x) = 0$	12) $ctgx(2 + \sin x)$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение 8-9 заданий;
«4» - выполнение 10-11 заданий;
«5» - выполнение 12 заданий.

Практическая работа № 40 по теме: «Простейшие тригонометрические неравенства»

1 вариант

Решить неравенства и систему неравенств:

1. $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \le \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3. $\sin^2 x + 2\sin x > 0$;

4. $\cos\left(\frac{x}{3}+2\right) \ge \frac{1}{2}$;

5. $\begin{cases} \sin x > 0.5 \\ tg\, x < 1 \end{cases}$

2 вариант

Решить неравенства и систему неравенств:

1. $\cos x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

2. $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3. $\cos^2 x - \cos x < 0$;

4. $\sin\left(\frac{x}{4}-3\right) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

5. $\begin{cases} \sin x > \frac{1}{2} \\ \sin x \le \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 3 заданий;

«4» - выполнение 4 заданий;

«5» - выполнение 5 заданий.

Практическая работа № 41 по теме:

«Исследование функции и построение графика функции. Преобразование графика функции»

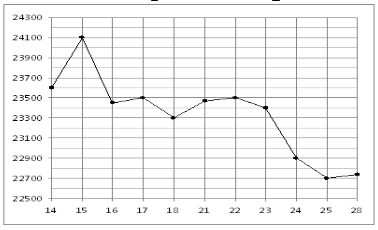
1 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \frac{1}{x+2}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 - 7x + 10}$
2. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x \cdot \sin x$
3. Построить график функции, заданной:

а) формулой $y = \begin{cases} x^2 + 4, \text{ если } x \le 1 \\ 5, \text{ если } x > 1 \end{cases}$, записать его свойства.

б) описанием: $Д(f) = [1; 7]$, $f(7) = 1$, $f(x) = x^2$ при $1 \le x \le 2$, $y = f(x)$ убывает на промежутке $2 < x \le 7$

4. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



5. Построить графики функций:

1) а) $y = 2x^2$ б) $y = \frac{4}{x}$

2) а) $y = x^2 + 3$ б) $y = x^2 - 2$

3) а) $y = (x+3)^2$ б) $y = (x-2)^2$

4) а) $y = \frac{2}{x-1}$ б) $y = \frac{2}{x} + 3$

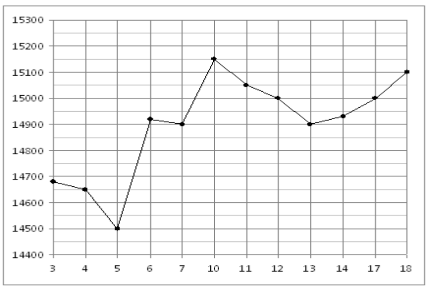
2 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \frac{1}{x-3}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 + 4x - 5}$
2. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x + \sin x$
3. Построить график функции, заданной:

а) формулой $y = \begin{cases} 1 - x^2, \text{ если } x \le 1 \\ -3, \text{ если } x > 1 \end{cases}$, записать его свойства.

б) описанием: *Д* (f) = [-3; 3] , E(f) : $f(x) < 0$, функция чётная, возрастает при $x < 0$, убывает при $x \geq 0$

4. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



5. Построить графики функций:

1) а) $y = 3x^2$ б) $y = \frac{6}{x}$

2) а) $y = x^2 + 2$ б) $y = x^2 - 3$

3) а) $y = (x+1)^2$ б) $y = (x-4)^2$

4) а) $y = \frac{4}{x-2}$ б) $y = \frac{4}{x} - 2$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1, 2, 3;

«4» - выполнение заданий 1, 2, 3, 4;

«5» - выполнение всех заданий.

Проверочная работа № 42 по теме «Построение графика обратной функции»

Вариант 1

1) $y = 2x$,

2) $y = (x + 3)^2$, $x \le -3$,

3) $y = \sqrt{x - 2}$.

а) Найдите функцию, обратную данной,
б) Укажите область определения и область значений обратной функции,
в) Постройте графики данной функции и обратной в одной системе координат.

Вариант 2

1) $y = -3x$,

2) $y = (x - 4)^2$, $x \ge 4$,

3) $y = \sqrt{x + 3}$.

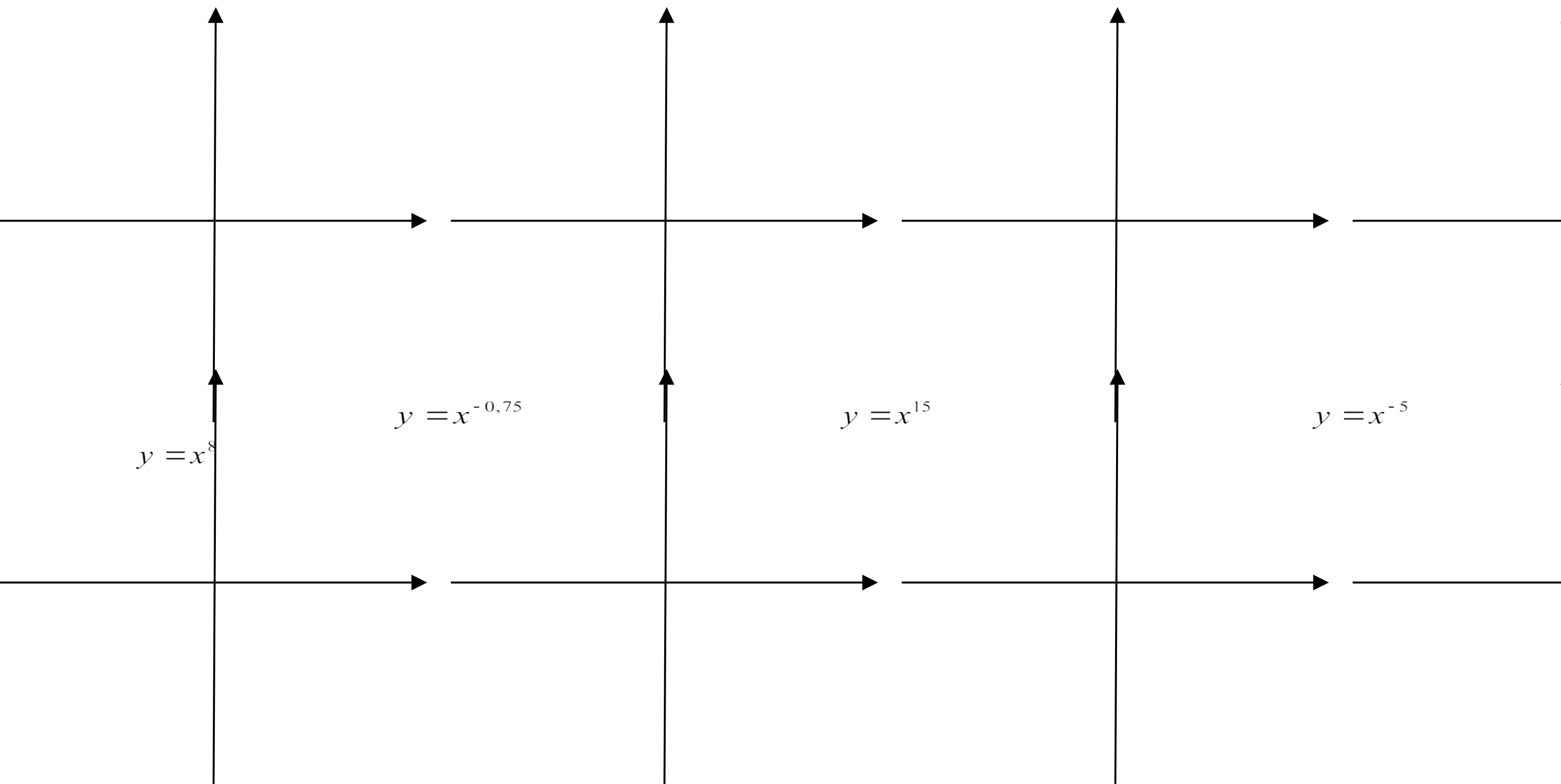
а) Найдите функцию, обратную данной,
б) Укажите область определения и область значений обратной функции,
в) Постройте графики данной функции и обратной в одной системе координат.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1 и 2;
«4» - выполнение заданий 1, 2, 3(а);
«5» - выполнение всех заданий.

Проверочная работа № 43 по теме: "Построение графиков и исследование степенной функции"

Вариант 1

1. Начертите схематично графики функций:



$y = x^{-6}$ $y = x^{\sqrt{3}}$ $y = x^{\frac{9}{11}}$

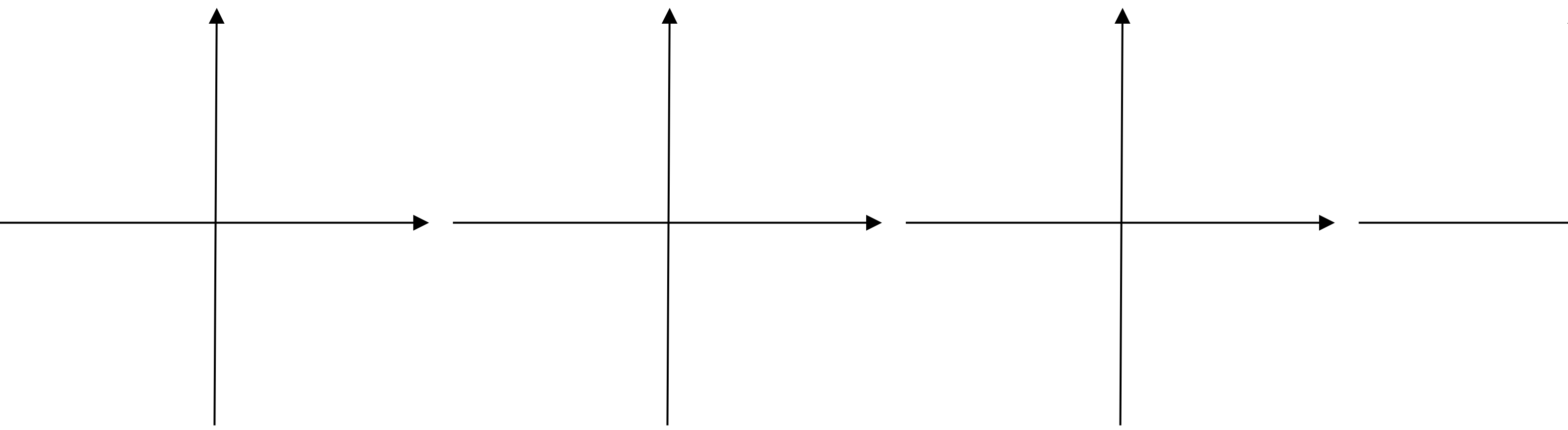
$y = x^{2\sqrt{2}}$

2. Поставьте знаки $<, >$ или $=$ между числами: $0{,}51^{-2.1}$ __ $0{,}49^{-2,1}$; $2{,}6^{-3}$ __ $(\sqrt{5})^{-3}$; $\left(\frac{4}{5}\right)^{12}$ __ $\left(\frac{5}{4}\right)^{12}$;

3. Постройте график функции $y = (x+3)^{2.5} - 2$; запишите его свойства.

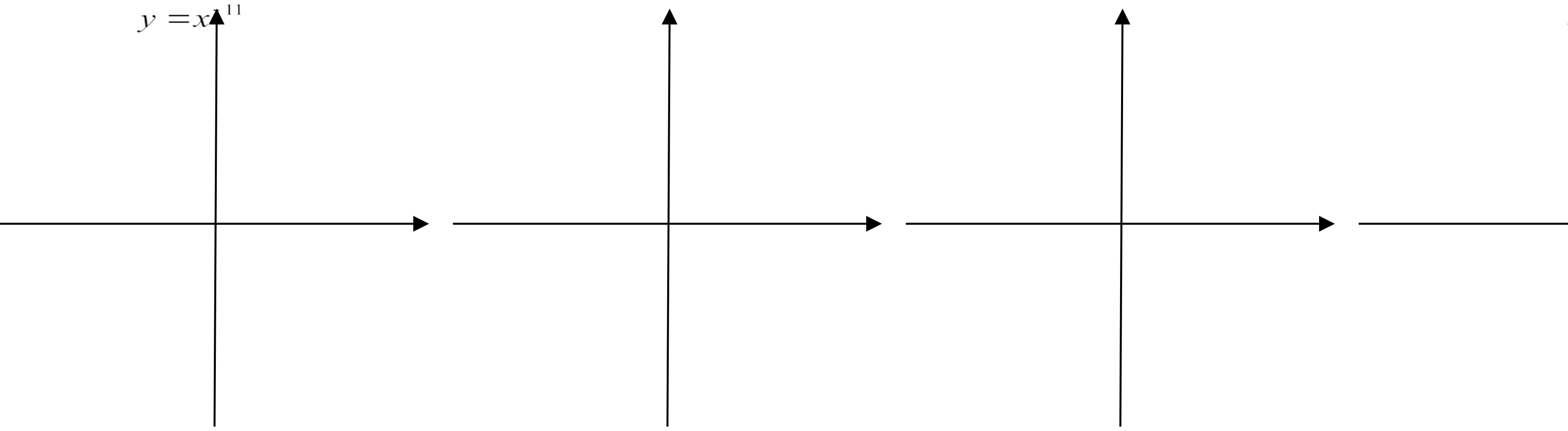
Вариант 2

1. Начертите схематично графики функций:



$y = x^{0,5}$ $y = x^{5}$ $y = x^{-8}$

$y = x^{11}$



$y = x^{-0,23}$ $y = x^{-\sqrt{3}}$ $y = x^{\frac{9}{5}}$

$y = x^{3\sqrt{3}}$

2. Поставьте знаки $<, >$ или $=$ между числами: $5{,}1^{-2.1}$ __ $4{,}9^{-2,1}$; $2{,}1^{-3}$ __ $(\sqrt{5})^{-3}$; $\left(\frac{4}{5}\right)^{-12}$ __ $\left(\frac{5}{4}\right)^{-12}$;

3. Постройте график функции $y = (x-3)^{2.5} + 2$; запишите его свойства.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1;

«4» - выполнение заданий 1, 2;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 44 по теме:
«Построение графиков и исследование показательной функции»

Вариант 1

1.Укажите координаты точки пересечения графиков функций: $y = 5^x$ и $y = 625$.

2.Изобразите схематично график функции $y = 3^x$ и укажите для этой функции: а) область определения; б) множество (область) значений; в) промежутки возрастания (убывания); г) координаты точки пересечения с осью Оу; д) нули функции; е) наибольшее (наименьшее) значение.

3.Укажите естественную область определения выражения: а) $3^{\frac{x}{x-3}}$; б) $3^{\sqrt{x^2-7x+12}}$.

4. Изобразите схематично график функции: а) $y = 3^{x+1}$; б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2$; в) $y = |6^x - 1|$.

5. Найдите число k, если точка $A\left(\frac{\sqrt{75}+\sqrt{50}}{\sqrt{27}+\sqrt{18}}; k\right)$ принадлежит графику функции $y = 8^x$.

Вариант 2

1.Укажите координаты точки пересечения графиков функций: $y = 3^x$ и $y = 81$.

2.Изобразите схематично график функции $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ и укажите для этой функции: а) область определения; б) множество (область) значений; в) промежутки возрастания (убывания); г) координаты точки пересечения с осью Оу; д) нули функции; е) наибольшее (наименьшее) значение.

3.Укажите естественную область определения выражения: а) $4^{\frac{5}{x-3}}$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{4-x^2}}$.

4. Изобразите схематично график функции: а) $y = 4^x - 1$; б) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2}$; в) $y = |5^x - 3|$.

5. Найдите число k, если точка $A\left(\frac{\sqrt{54}+\sqrt{63}}{\sqrt{96}+\sqrt{112}}; k\right)$ принадлежит графику функции $y = 81^x$.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1, 2, 3;
«4» - выполнение заданий 1, 2, 3, 4;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 45 по теме:

«Логарифмическая функция, ее свойства и график»

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y=lg\left(-2+x+x^2\right)$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=log_6 x$ на отрезке $\left[\frac{1}{216}; 36\right]$.
3. Расставьте числа в порядке возрастания $log_{\frac{3}{5}} 2\sqrt{2}; log_{0,6}\sqrt{21}$ и $log_{0,6} 4,5$.
4. Сравните числа $log_2 3,8$ и $log_2 4,7$;
5. Постройте график функции $y=log_{\frac{1}{2}}\left(1+|x|\right)$.

……………………………………………….

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y=lg\left(4x-x^2\right)$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=log_{\frac{2}{3}} x$ на отрезке $\left[\frac{8}{27}; \frac{81}{16}\right]$.
3. Расставьте числа в порядке возрастания $log_3 2\sqrt{3}; log_3 3\sqrt{2}$ и $log_3 3,5$.
4. Сравните числа $log_{\frac{1}{3}} 0,15$ и $log_{\frac{1}{3}} 0,2$;
5. Постройте график функции $y=\left|log_2(1+x)\right|$.

……………………………………………….

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1, 2, 3;

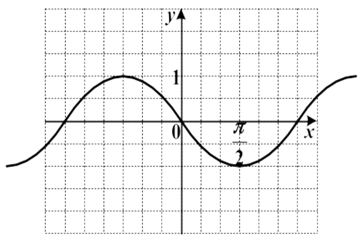
«4» - выполнение заданий 1, 2, 3, 4;

«5» - Выполнение всех заданий.

Практическая работа № 46 по теме:
« Исследование тригонометрических функций и построение графиков»

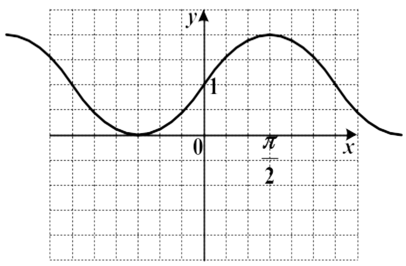
Вариант №1

1. График какой функции изображен на рисунке? Запишите его свойства.



1) $y=\sin x$
2) $y=-\cos x$
3) $y=-\sin x$
4) $y=\cos x$

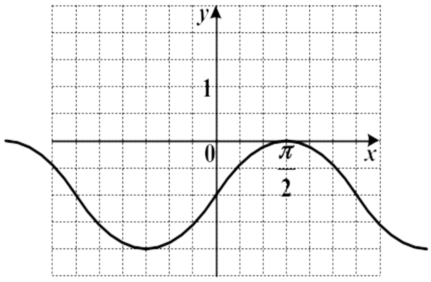
2. График какой функции изображен на рисунке? При каких значениях *x y > 1?*



1) $y=\cos x+1$
2) $y=\sin x-1$

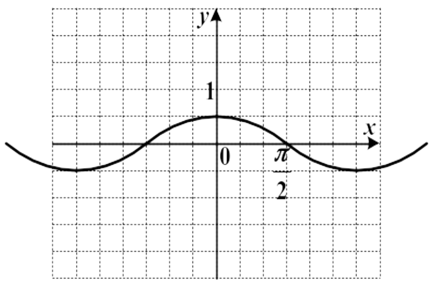
3) $y = \cos x - 1$
4) $y = \sin x + 1$

3. График какой функции изображен на рисунке? При каких значениях x $y < -1$?



1) $y = \cos x - 1$
2) $y = \sin x - 1$
3) $y = \cos x + 1$
4) $y = \sin x + 1$

4. График какой функции изображен на рисунке? Найдите область значений данной функции.

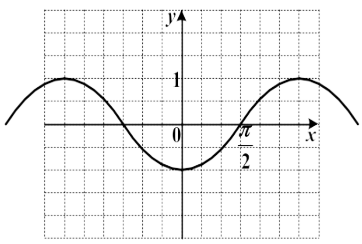


1) $y = \frac{1}{2}\cos x$
2) $y = -2\sin x$
3) $y = \frac{1}{2}\sin x$
4) $y = -\frac{1}{2}\cos x$

5. Постройте график функции $y = 2\cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3})$

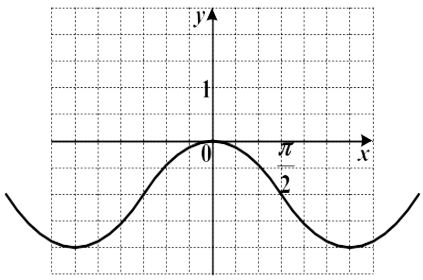
Вариант №2

1. График какой функции изображен на рисунке? Запишите его свойства.



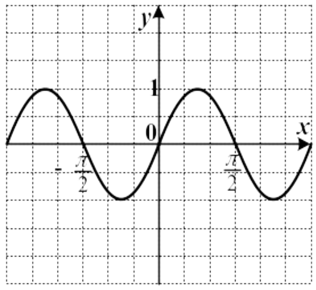
1) $y = \sin x$
2) $y = \cos x$
3) $y = -\sin x$
4) $y = -\cos x$

2. График какой функции изображен на рисунке? При каких значениях x $y > -1$?



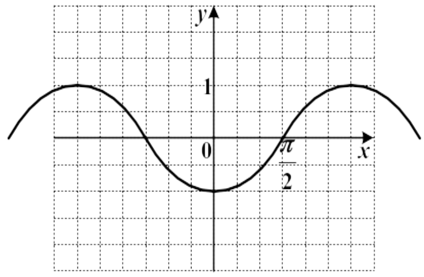
1) $y = \sin x - 1$
2) $y = \cos x - 1$
3) $y = \sin x + 1$
4) $y = \cos x + 1$

3. График какой функции изображен на рисунке? При каких значениях *x y < 0?*



1) $y = -2\cos x$
2) $y = \cos\dfrac{x}{2}$
3) $y = \dfrac{1}{2}\sin x$
4) $y = \sin 2x$

4. График какой функции изображен на рисунке? Найдите область значений данной функции.



1) $y = -\sin x$
2) $y = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$
3) $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$
4) $y = -\cos x$

5 . Постройте график функции $y = 2\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3})$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1, 2, 3;

«4» - выполнение заданий 1, 2, 3, 4;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 47 по теме:
"Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства"
Вариант 1

1. Определите, сколько корней имеет уравнение:
   1) $\sin x = 4 - x^2$;
   2) $\cos x = {}^2/_x$;
   3) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2^x$.
2. Решите графически уравнение:
   1) $\log_2 x = -x + 1$;
   2) $\sqrt{x} = -\sin x$;
   3) $x^3 - 3x = (x+1)^6 + 2$.
3. Решите графически неравенство:
   1) $\sin x > \dfrac{1}{2}$;

2) $2^x + 1 \ge \cos x$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} x > 7x$.

Вариант 2

1. Определите, сколько корней имеет уравнение:
   1) $x^2 + 1 - \cos x = 0$;
   2) $\sin x = -{}^2\!/_x$;
   3) $\log_2 x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
2. Решите графически уравнение:
   1) $\log_9 x = -x + 1$;
   2) $\sqrt{x-1} = \sin x$;
   3) $3\sqrt{x+1} = -x^3 + 3x^2 + 6$.
3. Решите графически неравенство:
   1) $\cos x < -\frac{1}{2}$;
   2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 < \sin x$;
   3) $\log_{\frac{1}{2}} x > x - 1$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1 (а), 2 (а), 3(а);
«4» - выполнение заданий 1 (а, б), 2 (а, б), 3(а, б);
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 48 по теме:
«Выполнение арифметических операций над функциями»
Вариант 1

1. Постройте графики функций, используя арифметические операции над ними:
   1) $y = \sqrt{x} + \sin x$;
   2) $y = x - \cos x$;
   3) $y = \cos x + \sin x$;
   4) $y = -x + \lg x$
2. Дана функция $y = f(x)$. Постройте функцию $y = g(x)$для указанной функции g.
   1) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$: а) $g(x)= f(-x)$; б) $g(x)= f({}^1\!/_x)$; в) $g(x)= f(1-x)$;
   2) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$: а) $g(x)= f(-x)$; б) $g(x)= f(x+1)$; в) $g(x)= f(\frac{x-1}{x-2})$

Вариант 2

1. Постройте графики функций, используя арифметические операции над ними:
   1) $y = \sqrt{x} - \sin x$;
   2) $y = x + \cos x$;
   3) $y = \sin x + \cos x$;
   4) $y = x - \lg x$
2. Дана функция $y = f(x)$. Постройте функцию $y = g(x)$для указанной функции g.

1) $f(x) = \dfrac{x}{x^4+1}$: а) $g(x)= f(-x)$; б) $g(x)= f(\,^1/_x)$; в) $g(x)= f(1-x)$;

2) $f(x) = \sqrt{x^2+4}$: а) $g(x)= f(-x)$; б) $g(x)= f(x+1)$; в) $g(x)= f(\dfrac{x-1}{x-2})$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1(1, 2), 2(одно любое);
«4» - выполнение заданий 1(1, 2, 3), 2(одно любое);
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 49 по теме:
«Вычисление основных элементов параллелепипеда»

Для прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ выбраны следующие обозначения:
а – ребро основания АВ;
в – ребро основания ВС;
с – боковое ребро BB_1;
d – диагональ нижнего основания;
D - диагональ параллелепипеда;
α – угол наклона диагонали параллелепипеда к плоскости основания;
$S_{осн}$ – площадь основания;
Q – площадь диагонального сечения;
Р – периметр параллелепипеда.
Заполните таблицу:

Задания	a	в	c	d	D	α	$S_{осн.}$	Q	P
1	3	4	$5\sqrt{3}$						
2		4	5				12		
3	5	12			$^{26}/_{\sqrt{3}}$				
4	7	24				45^0			
5	8	6						$100\sqrt{3}$	
6	15		17	17					

Первый вариант делает задания 1, 3, 5.
Второй вариант выполняет задания 2, 4, 6.
Критерии оценивания:
«3» - выполнение одного задания (на выбор);
«4» - выполнение двух заданий (на выбор);
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 50 по теме:
«Вычисление основных элементов призмы»
1 вариант

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна *а*, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45º. Найти:
   а) диагональ призмы;
   б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.
2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45º с плоскостью основания. Доказать, что $\Delta A_1СД$ прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

2 вариант

1) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *a* и образует с плоскостью основания угол

в 30º. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагонали основания призмы.

2) Сторона основания правильной треугольной призмы равна *a*, высота призмы равна 1,5 *a*. Через сторону основания и противоположную вершину другого основания проведено сечение. Найти:

а) высоту основания призмы;

б) угол между плоскостями основания и сечения призмы.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1;

«4» - выполнение заданий 1(а); 2(а);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 51 по теме: «Вычисление основных элементов пирамиды»

1 вариант

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна ***a*** , высота ***h***. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна ***m***, плоский угол при вершине равен **α.** Найдите:

а) высоту пирамиды;

б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2 вариант

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна ***a***, плоский угол при вершине равен ***α***. Найти боковое ребро пирамиды.

2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна ***a***, а высота равна ***h***. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1;

«4» - выполнение заданий 1, 2(а);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 52 по теме:«Построение сечений многогранников»

1 вариант

1) Дан тетраэдр DABC. Точка M – середина ребра AD. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.M и параллельно грани ABC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равно ***a***.

2) Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ABC_1 . Докажите, что построенное сечение является параллелограммом.

3) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте сечение плоскостью ACD_1 и найдите периметр сечения, если ребро куба равно ***a.***

2 вариант

1) Дан тетраэдр DABC. Точка M – середина ребра AB. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.M и параллельно грани DBC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равно ***a***.

2) Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ACC_1 . Докажите, что построенное сечение является параллелограммом.

3) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка К – середина ребра B_1C_1 Постройте сечение плоскостью, проходящей через точки A, B, K и найдите периметр сечения, если ребро куба равно ***a***.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1;

«4» - выполнение заданий 1 и 2;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 53 по теме: «Вычисление основных элементов цилиндра»

Вариант 1

1. Осевым сечением цилиндра является квадрат, площадь которого равна 20 см^2. Найдите площадь основания этого цилиндра.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 108 см^2, а его образующая в три раза меньше диаметра основания. Найдите высоту и радиус цилиндра.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8 см и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 30^0. Найдите высоту и радиус цилиндра.

4. Отрезок, соединяющий конец диаметра нижнего основания цилиндра с центром его верхнего основания, равен 2 см и наклонён к плоскости основания под углом 60^0. Найдите высоту и радиус цилиндра.

5. Радиус цилиндра равен 8 см, а его высота равна 12 см. Через середину оси цилиндра проведена прямая, пересекающая плоскость нижнего основания цилиндра на расстоянии 24 см от центра нижнего основания. В каких отношениях эта прямая делит пересекающиеся с ней образующие цилиндра?

Вариант 2

1. Осевым сечением цилиндра является квадрат, площадь которого равна 10 см^2. Найдите площадь основания этого цилиндра.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 300 см^2, а его образующая в три раза больше диаметра основания. Найдите высоту и радиус цилиндра.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 см и наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60^0. Найдите высоту и радиус цилиндра.

4. Отрезок, соединяющий конец диаметра нижнего основания цилиндра с центром его верхнего основания, равен 8 см и наклонён к плоскости основания под углом 30^0. Найдите высоту и радиус цилиндра.

5. Радиус цилиндра равен 6 см, а его высота равна 10 см. Через середину образующей цилиндра проведена прямая, пересекающая ось цилиндра. Эта прямая пересекает нижнее

основание цилиндра на расстоянии 3 см от центра нижнего основания. В каком отношении эта прямая делит ось цилиндра?

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1, 2 и 3;
«4» - выполнение заданий 1, 2, 3 и 4;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 54 по теме:
«Вычисление основных элементов конуса и усеченного конуса»

1. Для конуса введены следующие обозначения:

   R – радиус основания;
   l – образующая;
   h – высота;
   α – угол наклона образующей к плоскости основания;
   β – угол сектора, получающегося при развертке конуса;
   r –радиус шара, вписанного в конус;
   R_o – радиус шара, описанного около конуса.
   Заполните таблицу:

Задания	R	l	h	cos α	β	r	R_o
1	6	10					
2		5	3				
3		4		$^3/_4$			
4		5			$^8/_5\pi$		
5	$^{\sqrt{3}}/_3$					1	
6				$^1/_2$			1

   Первый вариант выполняет задания 1, 3, 5.
   Второй вариант выполняет задания 2, 4, 6.
2. В усеченном конусе радиусы оснований равны 1 и 4, а образующая – 5. Найдите: а) высоту конуса; б) косинус угла наклона образующей к основанию.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1(1); 2(а);
«4» - выполнение заданий 1(1, 3); 2(а, б);
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 55 по теме:
«Вычисление основных элементов шара»

Вариант 1

1. Вершины равнобедренного треугольника с основанием 12 см и углом при основании $75°$ лежат на сфере, радиус которой равен 13 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.
2. Радиус шара равен $\sqrt{6}$ см. Через концы трех взаимно перпендикулярных радиусов проведено сечение шара. Найдите площадь сечения.
3. Стороны квадрата касаются поверхности шара радиуса 10 см. Расстояние от центра шара до плоскости квадрата равно 8 см. Найдите площадь квадрата.
4. Через точку А, лежащую на сфере диаметром 24 см, к сфере проведена касательная плоскость. В этой плоскости выбрана точка В. Найдите длину отрезка АВ, если кратчайшее расстояние от точки В до точки сферы равно 1 см.

Вариант 2

1. Стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.
2. Радиус шара равен $2\sqrt{3}$ см. Через концы трех радиусов, любые два из которых пересекаются под углом 60°, проведено сечение шара. Найдите площадь сечения.
3. Вершины квадрата лежат на поверхности шара радиуса 3 см. Расстояние от центра шара до плоскости квадрата равно $\sqrt{7}$ см. Найдите площадь квадрата.
4. Через точку А, лежащую на сфере диаметром 24 см, к сфере проведена касательная плоскость. В этой плоскости выбрана точка В. Найдите длину отрезка АВ, если наибольшее расстояние от точки В до точки сферы равно 25 см.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1 и 2;
«4» - выполнение заданий 1, 2 и 3;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 56 по теме: «Вычисление площадей и объёмов многогранников»

Вариант 1

1. Определите отношение площади поверхности куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ к площади поверхности тетраэдра, вершинами которого являются вершины B, D, A_1, C_1 куба.
2. Основание прямой призмы – равнобочная трапеция, одно из оснований которой в два раза больше другого. Непараллельные боковые грани призмы – квадраты. Высота призмы равна 6 см. Площадь боковой поверхности призмы равна 144 см^2. Вычислите объём призмы.
3. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Все боковые рёбра равны 13 см. Найдите площадь полной поверхности и объём пирамиды.
4. Три одинаковых металлических куба с рёбрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите площадь поверхности этого куба.
5. Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны 6 см и 12 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30^0. Найдите площадь полной поверхности и объём данной усечённой пирамиды.
6. Прямоугольник со сторонами 12 см и 8 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырёхугольной призмы высотой 8 см, а во второй – правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните объёмы этих призм.

Вариант 2

1. Определите отношение площади поверхности куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ к площади поверхности тетраэдра, вершинами которого являются вершины A, B_1, C, D_1 куба.
2. Основание прямой призмы – равнобочная трапеция, одно из оснований которой в два раза меньше другого. Непараллельные боковые грани призмы – квадраты. Высота призмы

равна 7 см. Площадь боковой поверхности призмы равна 196 см^2. Вычислите объём призмы.

3. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 см, а сторона основания 12 см. Найдите площадь полной поверхности и объём пирамиды.

4. Три одинаковых металлических куба с рёбрами по 6 см сплавлены в один куб. Определите площадь поверхности этого куба.

5. Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды равны 4 см и 8 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30^0. Найдите площадь полной поверхности и объём данной усечённой пирамиды.

6. Прямоугольник со сторонами 24 см и 10 см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырёхугольной призмы высотой 10 см, а во второй – правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните объёмы этих призм.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1, 2, 3 и 4;
«4» - выполнение заданий 1, 2, 3, 4 и 5;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 57 по теме:
«Вычисление площадей и объёмов тел вращения»
Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.

2. Найдите объём и площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и прилежащим углом 30^0 вокруг меньшего катета.

3. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. Найдите площадь поверхности и объём шара.

4. Найдите площадь поверхности и объём тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6см и 10 см вокруг большей стороны.

5. Высота конуса равна 20 см, расстояние от центра основания до образующей равно 12 см. Найдите площадь поверхности и объём конуса.

6. В усечённом конусе радиусы оснований равны 1 см и 4 см, а образующая – 5 см. Найдите площадь поверхности и объём усечённого конуса.

7. Ромб со стороной 10 см и острым углом 60^0 вращается около стороны. Найдите площадь поверхности и объём тела вращения.

8. Равнобедренная трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей и объёмы тел вращения.

9. Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см ?

Вариант 2

1. Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите объём цилиндра.

2. Найдите объём и площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и противолежащим углом 30^0 вокруг большего катета.

3. Плоскость проходит на расстоянии 24 см от центра шара. Радиус сечения равен 10 см. Найдите площадь поверхности и объём шара.

4. Найдите площадь поверхности и объём тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см вокруг меньшей стороны.

5. Радиус основания конуса равен 20 см, расстояние от центра основания до образующей равно 12 см. Найдите площадь поверхности и объём конуса.

6. В усечённом конусе радиусы оснований равны 12 см и 18 см, а образующая – 10 см. Найдите площадь поверхности и объём усечённого конуса.

7. Ромб со стороной 8 см и острым углом 60^0 вращается около стороны. Найдите площадь поверхности и объём тела вращения.

8. Равнобедренная трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей и объёмы тел вращения.

9. Сколько шариков диаметром 4 см можно отлить из металлического куба с ребром 6 см ?

Критерии оценивания:
«3» - Выполнение заданий 1 - 6;
«4» - Выполнение заданий 1 – 7, 8;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 58 по теме: «Вычисление площадей и объемов сложных тел»

1 вариант

1. Дана треугольная пирамида, высота которой 8 см , площадь поверхности 64 см^2 , а объём 256 см^3 На расстоянии 2 см от вершины пирамиды проведена плоскость параллельная основанию. Найти площадь поверхности и объём полученной пирамиды.
2. Радиус меньшего шара равен 1 см, а радиус большего шара равен 5 см. Во сколько раз площадь и объём большего шара больше площади и объёма меньшего шара?
3. Чайник, окружность которого равна 66 см, вмещает в себя 42 стакана. Сколько стаканов вмещает в себя чайник такого же фасона, окружность которого равна 55 см?

2 вариант

1. Дана четырёхугольная пирамида, высота которой 6 см. На расстоянии 4 см от вершины пирамиды проведена плоскость параллельная основанию. Найти площадь поверхности и объём
пирамиды, если площадь поверхности полученной пирамиды равна 25 см^2 , а объём равен 53 см^3
2. Радиус меньшего шара равен см, а радиус большего шара равен 6 см. Во сколько раз площадь и
объём большего шара больше площади и объёма меньшего шара?

3. Чайник, окружность которого равна 77 см, вмещает в себя 50 стакана. Сколько стаканов вмещает в себя чайник такого же фасона, окружность которого равна 66 см?

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1;

«4» - выполнение заданий 1 и 2;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 59 по теме: "Вычисление предела последовательности"

Вариант 1

Вычислите предел числовой последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

1. $a_{\mathrm{n}} = \dfrac{3n-2}{2n-1}$
2. $a_n = \dfrac{1-2n^2}{n^2+3}$
3. $a_n = \dfrac{2n^3}{n^3-2}$
4. $a_n = \dfrac{n^5-3n^4+7n-1}{3-2n^3+3n^5}$
5. $a_n = \dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$
6. $a_n = \dfrac{n^3}{2n^2-1} - \dfrac{n^2}{2n+1}$
7. $a_n = \dfrac{(3-n)^3}{(n+1)-(n+1)}$
8. $a_n = \dfrac{2}{\sqrt{5-n}} + \dfrac{3}{n^2} - 2$
9. $a_n = \sqrt{n^2+n-1} - \sqrt{n^2-n+1}$
10. $\dfrac{\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^3+1}+\sqrt{n-1}}$

Вариант 2

Вычислите предел числовой последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

1. $a_{\mathrm{n}} = \dfrac{4n-1}{2n+1}$
2. $a_n = \dfrac{1+4n^2}{3n^2+2}$
3. $a_n = \dfrac{7n^3-9}{-n^3-2}$
4. $a_n = \dfrac{n-4n^2-5n^3+1}{n^4+n}$
5. $a_n = \dfrac{(6-n)^2-(6+n)^2}{(6+n)^2-(1-n)^2}$
6. $a_n = \dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$

7. $a_n = \dfrac{(-3-n)^3}{(n-1)^2-(n+1)}$

8. $a_n = \dfrac{-1}{\sqrt{8+n}} - \dfrac{3}{n^4}$

9. $a_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$

10. $\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n^2+2}}{\sqrt{4n^4+1}+\sqrt{n^4-1}}$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1-5,6;
«4» - выполнение заданий 1-7,8;
«5» - выполнение заданий 1-9,10.

Практическая работа № 60 по теме:
«Вычисление суммы первых *n* членов геометрической прогрессии»

Вариант 1

1. Задана геометрическая прогрессия 2, 6, 18, … . Найдите *10 – ый* член прогрессии и сумму её двенадцати первых членов.

2. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии *(b_n),* в которой первый член равен 2, знаменатель прогрессии равен 3.

3. Сумма первых *n* членов некоторой последовательности определяется по формуле: $S_n = \dfrac{5^n}{2^n + 3^n}$. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?

4. *(b_n)* – геометрическая прогрессия. $b_1 + b_3 = -\frac{5}{8}$, $b_2 + b_4 = \frac{5}{16}$. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии.

5. Найдите сумму геометрической прогрессии *($в_n$)*, если:

   1) $b_1 = 3;\ q = {}^1/_3$;

   2) 24, - 8, ${}^8/_3$, - ${}^8/_9$, …;

   3) $b_n = \dfrac{35}{3^n}$.

6. Найдите сумму геометрической прогрессии, если известно, что сумма первого и третьего её членов равна *29*, а второго и четвёртого *– 11,6*.

7. Найдите геометрическую прогрессию, если её сумма равна *24*, а сумма первых трёх её членов равна *21*.

Вариант 2

1. Задана геометрическая прогрессия 3, 6, 12, … . Найдите *10 – ый* член прогрессии и сумму её двенадцати первых членов.

2. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии *(b_n),* в которой первый член равен 6, знаменатель прогрессии равен 2.

3. Сумма первых *n* членов некоторой последовательности определяется по формуле: $S_n = 2 \cdot 5^n - 3$. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?

4. *(b_n)* – геометрическая прогрессия. $b_1 + b_3 = -\frac{20}{9}$, $b_2 + b_4 = \frac{20}{27}$. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии.

5. Найдите сумму геометрической прогрессии *($в_n$)*, если:

   1) $b_1 = 1;\ q = 0{,}2$;

   2) 18, - 6, ^{2}, - $^2/_3$, …;

   3) $b_n = \frac{45}{6^n}$.

6. Найдите сумму геометрической прогрессии, если известно, что сумма первого и третьего её членов равна *10*, а второго и четвёртого – *30*.

7. Найдите геометрическую прогрессию, если её сумма равна *15*, а сумма первых трёх её членов равна *21*

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1 – 4 - 5;
«4» - выполнение заданий 1 – 6;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа №61 по теме:
«Вычисление производных основных элементарных функций»
1 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = x^3 - 9x^2 + x - 1$ *б)* $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$ в) $y = x^2 \cdot \sin x$

г) $y = \sin^2 3x$ *д)* $y = \log_3 4x$ е) $y = \frac{3}{5x^2}$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = x - \cos x$

2 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = 5x^4 - 3x^2 + 5$ *б)* $y = \frac{x^2 + 1}{3x}$ в) $y = \sin(x^2 - 2x + 4)$

г) $y = x \cdot \sin 2x$ *д)* $y = \sqrt{1 + x^3}$ е) $y = (2 + 5x)^4$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = \ln(x + 1) - 2x$

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1(а, в),2;
«4» - выполнение заданий 1(а, в, д, е), 2;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 62 по теме:
«Составление уравнений касательной к графику функции»

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x + \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = -\ {}^{\pi}/_{2}$. Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.
2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2x - \ln x$, параллельной прямой $y = x$.
3. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $y = e^{-2x+3}$ равен числу – 0,5?

Вариант 2

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = {}^{\pi}/_{2}$. Найдите координаты всех точек графика этой функции, касательные в которых параллельны найденной касательной.
2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x - e^{2x}$, параллельной прямой $y = -x$.
3. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \ln 2x$ равен числу 0,5?

Критерии оценивания:

«3» - одно верно выполненное задание;

«4» - два верно выполненных задания;

«5» - три верно выполненных задания.

Практическая работа №63 по теме:
«Применение производной к исследованию и построению графиков функций»

Вариант 1

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $y = 1 + 2x^2 - x^4$ в) $y = \dfrac{x+2}{x-2}$

Вариант 2

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = 2 + 3x - x^3$ б) $y = x^4 - 2x^2 + 2$ в) $y = \dfrac{x-2}{x+2}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1(а);

«4» - выполнение задания 1(а, б);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа №64 по теме:«Производная в физике и технике»

Вариант 1

1. Тело движется по закону $x(t) = 4t^2 - 3t + 5$, где $x(t)$ измеряется в метрах, время t в секундах. Найти скорость движения тела в момент времени $t = 2\ c$;

2. Для машины, движущейся со скоростью $80\ м/с$, тормозной путь определяется по формуле $S(t)48t - 12t^2$, где $S(t)$ – путь в метрах, t - время торможения в секундах. В течении какого времени осуществляется торможение до полной остановки машины?

3. Найдите силу, действующую на тело массой 7 кг, движущейся по закону $S(t) = 4u^2 - 5t + 3$ в момент времени $t = 2$ с.;

4. Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t с на угол $\varphi(t) = 3t - 0{,}1t^2$ (рад). Найдите угловую скорость вращения маховика в момент $t = 7$ с.;

5. Пуля вылетает из пистолета со скоростью $v_0 = 490\frac{\text{м}}{\text{с}}, g \approx 9{,}8\,\text{м/с}^2$. На какую наибольшую высоту (в метрах) она поднимается (без учета сопротивления воздуха). Закон движения тела: $S(t) = v_0 t * \frac{gt^2}{2}$.

Вариант 2

1. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента $t = 0$, задается формулой $q = 5t^2 - 14t + 8$. Найдите силу тока в момент времени $t = 2$ с.;
2. Поворот тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = 5t^2 - 30x - 4$ радиан. В какой момент времени тело остановится?
3. Найдите силу, действующую на тело массой 5 кг, движущейся по закону $S(t) = 4u^2 - 5t + 3$ в момент времени $t = 2$ с.;
4. Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t с на угол $\varphi(t) = 3t - 0{,}1t^2$ (рад). Найдите угловую скорость вращения маховика в момент $t = 7$ с.;
5. Пуля вылетает из пистолета со скоростью $v_0 = 380\frac{\text{м}}{\text{с}}, g \approx 9{,}8\,\text{м/с}^2$. На какую наибольшую высоту (в метрах) она поднимается (без учета сопротивления воздуха). Закон движения тела: $S(t) = v_0 t * \frac{gt^2}{2}$.

Критерии оценивания:
«3» - выполнение заданий 1,2 и 3;
«4» - выполнение заданий 1-4;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа №65 по теме: «Решение прикладных задач»

Вариант 1

1. Открытая сверху коробка объёмом $36\ \text{дм}^3$ имеет форму прямоугольного параллелепипеда с отношением сторон основания 1:2. Какой должна быть меньшая сторона основания коробки, чтобы на изготовление коробки ушло наименьшее количество материала?
2. В прямоугольный треугольник с катетами $6\ \text{см и}\ 10\ \text{см}$ вписан имеющий с ним общий угол прямоугольник наибольшей площади. Найти площадь прямоугольника.
3. Точка M и N перемещаются по разным сторонам угла A, равного $30\,°$, так, что площадь треугольника AMN остаётся постоянной и равной S. При каких AM и AN величина MN будет наименьшей?
4. Найти радиус основания цилиндра наибольшего объёма, вписанного в сферу радиуса R.

5. Найти высоту конуса наименьшего объёма, описанного около сферы радиуса R.

Вариант 2

1. Отливка объёмом 72 дм^3 имеет форму прямоугольного параллелепипеда с отношением сторон основания 1:2. При каких размерах отливки площадь её полной поверхности будет наименьшей?
2. В треугольник ABC со сторонами AB и AC, равными 4 см и 10 см, и углом A, равным $30°$, вписан имеющий с ним общий угол параллелограмма наибольшей площади. Найти площадь параллелограмма.
3. Точка M и N перемещаются по разным сторонам угла A, равного $60°$, так, что $AM + AN = a$. При каких AM и AN величина MN будет наименьшей?
4. Найти высоту конуса наименьшего объёма, вписанного в сферу радиуса R.
5. Найти высоту конуса наименьшего объёма, описанного около цилиндра с высотой H (оси цилиндра и конуса совпадают).

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2 и 3;

«4» - выполнение заданий 1-4;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа №66 по теме:
«Вычисление первообразных основных элементарных функций»

Вариант 1

1. Определите, является ли функция $F(x)$ первообразной для функции $f(x)$ на R:
   $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1,\ f(x) = 2x - 2\cos 2x.$
2. Найдите общий вид первообразных для функции:
   $а)\ f(x) = x^2 - \sin x;\quad б)\ f(x) = 4 - \dfrac{2}{x^3};$
   $в)\ f(x) = tgx \cdot ctgx - 2\cos\dfrac{x}{2}.$
3. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку A:
   $а)\ f(x) = (x - 8)^3,\ A(8; 1);$
   $б)\ f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x - 1}},\ A(5; 3).$

………

Вариант 2

1. Определите, является ли функция $F(x)$ первообразной для функции $f(x)$ на R:

$F(x) = -\cos\frac{x}{2} - x^3 + 4,\ f(x) = \frac{1}{2}\sin\frac{x}{2} - 3x^2.$

2. Найдите общий вид первообразных для функции: $а)\ f(x) = 4x^3 - \cos x;\quad б)\ f(x) = \frac{4}{x^5} - 3;\quad в)\ f(x) = \cos^2 x + \sin^2 x + \frac{1}{3}\sin 3x.$

3. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку A:

$а)\ f(x) = (x+4)^2,\ A(-4;3);$

$б)\ f(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x+1}},\ A(1;1).$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2(а, б);

«4» - выполнение заданий 1,2(а, б, в), 3(а);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 67 по теме: «Вычисление определённого интеграла»

1 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

1) $\int_1^2 (2x + 3x^2)dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x\ dx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3}\ dx$;

4) $\int_1^0 \frac{dx}{x}$; 5) $\int_0^{\lg 2} e^x\ dx$; 6) $\int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}}dx$

2 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

1) $\int_{-1}^2 (1 - 3x^2)dx$; 2) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x\ dx$; 3) $\int_0^4 (3\sqrt{x} - x)\ dx$;

4) $\int_0^1 e^x\ dx$; 5) $\int_1^0 \frac{dx}{x+1}$; 6) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1 - 4;

«4» - выполнение заданий 1-5;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 68 по теме:
«Геометрические приложения определённого интеграла»

1 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = (x + 1)^2$, прямой $y = 1 – x$ и осью Ox.

б) параболой $y = x^2 – 4x + 3$ и осью Ox.

в) графиком функции $y = \sin x$, и отрезком $[\pi; 2\pi]$ оси Ox.

2 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = 4 - x^2$ и осью Ox.

б) графиком функции $y = \sqrt{x}$, прямой y = x + 2 и прямыми x= 0, x = 4.

в) графиком функции y = cos x и отрезком [$\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$] оси Ох.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания под буквой «а»;

«4» - выполнение заданий под буквой «а» и «б»;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 69 по теме: «Решение прикладных задач»

1 вариант

1. Скорость прямолинейно движущегося тела v = (4t – t^2) м/с. Вычислить путь, пройденный телом за первые 5 сек.
2. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,08 м, если для её сжатия на 0,02 м требуется сила в 10 Н.
3. Фигура, ограниченная прямыми y = - x + 3, x = 0, x = 3, y = 0 вращается вокруг оси Ох. Найти объём полученного тела вращения.

2 вариант

1. Найти путь, пройденный телом от начала движения до остановки, если его скорость определяется по формуле v = (6t – $2t^2$) м/с.
2. Вычислить работу, производимую при сжатии пружины на 4 см, если при растяжении её на 1 см нужна сила в 10 Н.
3. Фигура, ограниченная кривой $y = \frac{1}{x}$ и прямыми x = 2, x = 3 . Найти объём тела, полученного при вращении кривой вокруг оси Ох.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение задания 1;

«4» - выполнение задания 1 и 2;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 70 по теме: «Вычисление вероятностей»

1 вариант

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту.
2. Контролёр, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относится ко 2-му сорту, а остальные к 1-му. Найдите вероятность: а) выбора изделия 1-го сорта; б) выбора изделия 2-го сорта.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 6 ?
4. На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено первой бригадой, 15- второй и 10 – третьей. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная второй или третьей бригадой.
5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 5?
6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?
7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

2 вариант

1. Пусть имеется 80 деталей, среди которых 60 исправных, а 20 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется исправной.
2. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Определить вероятность того, что взятая на удачу деталь окажется стандартной.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 5 ?

4. В коробке находятся 250 лампочек, из них 100 по 100 Вт, 50 - по 60 Вт, 50 – по 25 Вт и 50 – по 15 Вт. Вычислить вероятность того, что мощность любой взятой наугад лампочки не превысит 60 Вт.
5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 6?
6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?
7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2,3 и 4;
«4» - выполнение заданий 1,2,3,4 и 5;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 71 по теме: «Решение прикладных задач»

1. В квартире четыре лампочки. Для каждой из них вероятность того, что она останется исправной (в течение года), равна $\frac{5}{6}$. Какова вероятность того, что в течение года придётся заменить: а) одну лампочку; б) две лампочки; в) три лампочки; г) все лампочки; д) не меньше половины лампочек?
2. В ящике 90 стандартных и 10 нестандартных деталей. Какова вероятность того, что среди 10 наугад вынутых деталей бракованных не окажется?
3. В телевизоре 10 ламп. Для любой лампы вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна *p*. Какова вероятность того, что: а) в течение года хотя бы одна лампа выйдет из строя; б) в течение года выйдет из строя ровно одна лампа; в) в течение года выйдут из строя две лампы?
4. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найдите вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.
5. В первом ящике лежит 20 деталей, из них 13 стандартных; во втором – 30 деталей (26 стандартных); в третьем – 10 деталей (7 стандартных). Найдите вероятность того, что наугад извлечённая деталь из наудачу взятого ящика стандартная.
6. Завод в среднем даёт 27% продукции высшего сорта и 70 % первого сорта. Найдите вероятность того, что наудачу взятое изделие будет или высшего, или первого сорта.
7. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при выключении прибора – 0,05; второго – 0,08. Найдите вероятность того, что при выключении прибора: а) выйдет из строя только первый элемент; б) оба элемента выйдут из строя; в) откажет только второй элемент; г) оба элемента будут работать.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2,3 и 4;
«4» - выполнение заданий 1,2,3,4 и 5;
«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 72 по теме: «Решение прикладных задач математической статистики»

1 вариант

1. На стол одновременно бросают два игральных тетраэдра, грани каждого из которых пронумерованы числами 1, 2, 3, 4. Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины Х – суммы очков на гранях тетраэдров, касающихся поверхности стола.

2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X, распределение которой представлено в таблице:

X	11	12	13	14	15
M	3	1	5	6	5

4. Найти размах, моду и медиану выборки:

1, 3, -2, 4, -2, 0, 2, 3, 1, -2, 4

Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

2 вариант

1. На стол одновременно бросают игральный кубик и игральный тетраэдр (грани которого пронумерованы числами 1, 2, 3, 4). Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – суммы очков, выпавших на кубике и грани тетраэдра, касающейся поверхности стола.

2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48
50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X, распределение которой представлено в таблице:

X	23	24	25	26	27	28
M	6	5	2	3	1	3

4. Найти размах, моду и медиану выборки:

0,2 ; 0,4; 0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,4; 0,6

Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение 2 заданий;

«4» - выполнение 3 заданий;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 73 по теме: "Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений"

Вариант 1

1. Корни всех приведённых ниже уравнений находятся среди чисел – 3, - 2, 1, 2, 3. Укажите пары равносильных уравнений:

Уравнение	$(x^2-6)^2 = x$	$\sqrt{x^2-6} = \sqrt{-}$	$(x-1)(x^2-6) = (1-$	$(x-2)(x^2-6) = -x($	$\frac{x^2+6}{x+3} = -\frac{x}{x+}$

$x^2 - 6 = - x$					
$(x^2 + x - 6)(x^2 - x -$					
x + 3 = 0					
x - 2 = 0					
(x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0					

2. Для функции *f (x)* укажите такую функцию *g (x)*, что уравнение *f (x) = g (x)* имеет ровно один корень:

Функция *f (x)*	Функция *g (x)*				
	$g(x) = 0{,}5x$	$g(x) = 2 - x$	$g(x) = x + 5$	$g(x) = 2$	$g(x) = -3 - x^2$
$f(x) = x$					
$f(x) = 1 + x^2$					
$f(x) = x^3$					
$f(x) = e^x$					
$f(x) = \log_{0,1} x$					

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{3x - 5} = \sqrt{9 - 7x}$;

2) $\lg(x^2 - 9) + \lg(4 - x^2) = 1$;

3) $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = x^2 - 1$;

4) $(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \sqrt{1 - x^2} = 0$;

5) $(2^{2x} + 16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}$;

6) $(\sqrt{3})^{tgx} = \dfrac{3\sqrt{3}}{3^{tgx}}$;

7) $\log_{\sqrt{3}} \dfrac{x - 2}{2x - 4} = \log_{\sqrt{3}} \dfrac{x + 1}{x + 2}$.

Вариант 2

1. Корни всех приведённых ниже уравнений находятся среди чисел – 3, - 2, 1, 2, 3. Укажите пары равносильных уравнений:

Уравнение	$(x^2 - 6)^2 = x$	$\sqrt{x^2 - 6} = \sqrt{-}$	$(x - 1)(x^2 - 6) = (1 -$	$(x - 2)(x^2 - 6) = - x(x$	$\dfrac{x^2 + 6}{x + 3} = - \dfrac{x}{x + 3}$
$x^2 - 6 = - x$					
$(x^2 + x - 6)(x^2 - x -$					
x + 3 = 0					
x - 2 = 0					

(x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0					

2. Для функции *f (x)* укажите такую функцию *g (x)*, что уравнение *f (x) = g (x)* имеет ровно один корень:

Функция *f (x)*	Функция *g (x)*				
	$g(x) = 0{,}5x$	$g(x) = 2 - x$	$g(x) = x + 5$	$g(x) = 2$	$g(x) = -3 - x^2$
$f(x) = x$					
$f(x) = 1 + x^2$					
$f(x) = x^3$					
$f(x) = e^x$					
$f(x) = \log_{0,1}x$					

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x-7} = \sqrt{5-3x}$;

2) $\lg(81 - x^2) + \lg(x^2 - 25) = 1$;

3) $\sqrt{x^4 + x - 9} = x^2 - 1$;

4) $(\cos 2x - 1)\cdot\sqrt{9 - x^2} = 0$;

5) $(\log_{0,1}^2 x - 2)^3 = (2\log_{0,1} x + 1)^3$;

6) $(\sqrt{2})^{2\cos x} = \dfrac{1}{2\cdot 2^{\cos x}}$;

7) $\log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8)$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2,3 (3 примера);

«4» - выполнение заданий 1,2,3 (5 примеров);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 74 по теме:

"Основные приёмы решения уравнений"

Вариант 1

1. Решите уравнение методом разложения на множители:
   1) $x^3 - 9x^2 + 20x = 0$;
   2) $\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0$;
   3) $2^x\cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0$;
   4) $2x^2\cdot\sin x - 8\sin x + 4 = x^2$;
   5) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$.
2. Решите уравнение методом введения новой переменной:
   1) $\sqrt{x^2 + 1 - 2x} - 6\sqrt{x-1} = 7$;

2) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}}+4\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}}=4$;

3) $2^{x}+2^{1-x}=3$;

4) $25^{-x}-50=5^{-x+1}$;

5) $\sqrt{x^{2}-2x+2}+\log_{3}\sqrt{x^{2}-2x+10}=2$.

3. Решите уравнение, используя функционально - графические методы:

1) $x=\sqrt[3]{x}$;

2) $2^{x}=6-x$;

3) $(x-1)^{2}=\log_{2}x$;

4) $1-\sqrt{x}=\ln x$.

Вариант 2

1. Решите уравнение методом разложения на множители:

1) $x^{3}+x^{2}-9x-9=0$;

2) $\sqrt[4]{x^{9}}-2\cdot\sqrt[4]{x^{5}}-15\cdot\sqrt[4]{x}=0$;

3) $3^{x}\cdot x-3^{x+1}+27=9x$;

4) $2x^{2}\cdot\cos x+9=18\cos x+x^{2}$;

5) $\sin^{2}\left(\pi+\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{2}\sin x=0$.

2. Решите уравнение методом введения новой переменной:

1) $\sqrt{x^{2}-4x+4}-6=5\sqrt{2-x}$;

2) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}}+5\cdot\sqrt{\frac{x+3}{5x-1}}=6$;

3) $3^{x+1}-29=-18\cdot3^{-x}$;

4) $5^{x}+4=5^{2x+1}$;

5) $(x-7)^{6}+\log_{5}\sqrt{x^{2}-14x+74}=1$.

3. Решите уравнение, используя функционально - графические методы:

1) $|x|=\sqrt[5]{x}$;

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=x+4$;

3) $(x+0{,}5)^{2}=\log_{0{,}5}x$;

4) $\sqrt{x}-2=\frac{9}{x}$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1, 2(а, б, в);

«4» - выполнение заданий 1, 2, 3(а, б);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 75 по теме: "Решение систем уравнений"

Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом подстановки:

1) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases}$;
2) $\begin{cases} 3x = y + 1, \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6; \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:
   1) $\begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ x - y = -3; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1, \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4; \end{cases}$
   3) $\begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5, \\ 2\log_2 x 3\log_3 y = 0; \end{cases}$
   4) $\begin{cases} \cos x + \cos 2y = -0{,}5, \\ 3\cos 2y - \cos x = 2{,}5. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений методом введения новых переменных:
   1) $\begin{cases} \dfrac{5}{3x - y} + \dfrac{3}{x - 3y} = -2, \\ \dfrac{15}{3x - y} + \dfrac{2}{x - 3y} = 1; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} 2x + 3y = 12, \\ \log_6^2 xy + 1 = 2\log_6 xy; \end{cases}$
   3) $\begin{cases} 3^{x-y} - 7 \cdot |2y - x| = 2, \\ |2y - x| - 3^{x-y-1} = -2. \end{cases}$
4. Решите графически систему уравнений:
   1) $\begin{cases} y + x = 3, \\ xy = 2; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} y \cdot 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt[3]{x + 2} = y. \end{cases}$
5. Решите систему трёх уравнений с тремя переменными:
   1) $\begin{cases} x + 2y - 3z = -3, \\ 2x - 3y + z = 8, \\ -x + y - 5z = -8. \end{cases}$
   2) $\begin{cases} x + y = -1, \\ x - z = 2, \\ xy + xz + yz = -1. \end{cases}$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом подстановки:
   1) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x^2 - 3y^2 + 3xy = 6 \end{cases}$;
   2) $\begin{cases} x = 2y, \\ \log_{\frac{1}{3}}(2y + x) + \log_{\frac{1}{3}}(x - y + 1) = \log_3 \dfrac{1}{y+1}; \end{cases}$
2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:
   1) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 3x - 2y = 4; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3, \\ 3 \cdot \sqrt[3]{x} - 5 \cdot \sqrt[4]{y} = 1; \end{cases}$
   3) $\begin{cases} 3\log_5 x + 2\log_2 y = 1, \\ \log_5 x - \log_2 y = -3; \end{cases}$
   4) $\begin{cases} 2\sin 2x + tg 3y = 2, \\ 6\sin 2x - 2tg 3y = 1. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений методом введения новых переменных:
   1) $\begin{cases} \dfrac{3}{x + y} + \dfrac{6}{x - y} = -1, \\ \dfrac{5}{x + y} + \dfrac{9}{x - y} = -2; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 10 - 3 \cdot \sqrt[4]{xy}, \\ 2x - y = 6; \end{cases}$
   3) $\begin{cases} 3 \cdot \sqrt[3]{x + y} = \log_2 16x^2, \\ \log_2 x^2 + 2 \cdot \sqrt[3]{x + y} = 6. \end{cases}$
4. Решите графически систему уравнений:
   1) $\begin{cases} y = x(x - 4), \\ y + 8 = 2x; \end{cases}$
   2) $\begin{cases} y = 2^{x-1}, \\ |x - 3| = y + 1. \end{cases}$
5. Решите систему трёх уравнений с тремя переменными:
   1) $\begin{cases} 3x - 5y + z = -13, \\ x + 3y - 2z = 5, \\ 2x - 2y + 3z = -6. \end{cases}$
   2) $\begin{cases} x + y + 2z = 0, \\ x + 2y + z = 1, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 5. \end{cases}$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2,3 (а);

«4» - выполнение заданий 1,2,3,4 (а, б);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 76 по теме: «Основные приёмы решения неравенств»

Вариант 1

1. Решите неравенства, применяя основные теоремы о равносильности:

1) $\log_{14}(x-1) \le \log_{14}(2x+3)$;

2) $\log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2-5x) \ge \log_{\frac{1}{\pi}}(2x-3)$;

3) $2^{\sqrt{x+4}} \ge \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128}$;

4) $(2 \cdot 0{,}1^x + 3)^{10} \ge (0{,}1^x + 103)^{10}$.

2. Решите неравенство методом введения новой переменной:

1) $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \ge 0$;

2) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 > 0$;

3) $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 12 < 0$;

4) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 \le 0$.

3. Решите неравенства, применяя функционально – графические методы:

1) $3^x > 12 - 1{,}5x$;

2) $2^x \le \sqrt{x}$;

3) $\log_3 x \ge x^3$;

4) $x^2 + 1 \le \cos x$.

4. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} 3x - 11 > 2x + 13, \\ 17x + 9 < 9x + 99; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \ge 12, \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^3 < x, \\ 3x^2 - x > 5 - 15x; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 1{,}5x - 7}{(x-4)^2} > 0, \\ x^2 < 25. \end{cases}$

5. Решите совокупность неравенств:

1) $\left[\begin{array}{l} x^2 - 4 > 0, \\ x - 6 < 0; \end{array}\right.$

2) $\left[\begin{array}{l} (x+3)(x^2 - 3x + 9) < 54, \\ x^2 - 9 > 0. \end{array}\right.$

Вариант 2

1. Решите неравенства, применяя основные теоремы о равносильности:

1) $\log_{0,3}(2x+1) < \log_{0,3}(x-3)$;

2) $\lg(5x^2 - 15x) \le \lg(2x-6)$;

3) $0{,}5^{\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}} \le 1$;

4) $(2^{x+1} + 1)^6 \ge (2^x + 17)^6$.

2. Решите неравенство методом введения новой переменной:

1) $2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1 \le 0$;

2) $\sqrt[5]{x} - 6 \cdot \sqrt[10]{x} + 8 < 0$;

3) $3\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 10\log_{\frac{1}{3}} x + 3 \ge 0$;

4) $\cos^2 x - 5\cos x + 4 \le 0$.

3. Решите неравенства, применяя функционально – графические методы:

1) $3^x \le 12 - 1{,}5x$;

2) $2^x > \sqrt{x}$;

3) $\log_3 x < x^3$;

4) $x^2 + 1 \ge \cos x$.

4. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} 6x + 2 \le 4x + 24, \\ 2x - 1 \ge x + 7; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x-2)(x^2 + 2x + 4) - x^3 < 8x, \\ 3x - 16 \le x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{x-7} < 1, \\ \dfrac{3x+4}{4x-2} > -1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x}{x+2} - \dfrac{24}{(x+2)^2} < 0, \\ -3x < 9. \end{cases}$

5. Решите совокупность неравенств:

1) $\left[\begin{array}{l} x(x+1) \le 0, \\ 3x - 9 > 0; \end{array}\right.$ 2) $\left[\begin{array}{l} (x+3)^3 \ge 27, \\ 4x - 1 < 12x. \end{array}\right.$

Критерии оценивания:

«3» - выполнение заданий 1,2,3 (а, б);

«4» - выполнение заданий 1,2,3,4 (а, б, в);

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 77 по теме:

«Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств»

Вариант 1

Решите уравнения и неравенства, используя свойства и графики функций:

1. $3^x = 4 - x$;
2. $3^{-x} = -\frac{3}{x}$;
3. $log_{\frac{1}{5}} x = x - 6$;
4. $x + 2 = log_8 x$;
5. $\sin x = 1 - x$;
6. $(\frac{1}{4})^x \ge 2x + 1$;
7. $log_9 x \le -x + 1$;
8. $3^{|x|} \le \cos 2x$
9. $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 2

Решите уравнения и неравенства, используя свойства и графики функций:

1. $4^x = 5 - x$;
2. $2^x - 2 = 1 - x$;
3. $log_{\frac{3}{7}} x = 4x - 4$;

4. $6 - x = log_5 x$;
5. $\cos x = 1 + x$;
6. $(\frac{1}{3})^x \leq 2x + 5$;
7. $log_2 x \geq -x + 1$;
8. $(\frac{1}{2})^{|x|} + 1 > 2\cos x$
9. $\sin x > \frac{1}{2}$.

Критерии оценивания:

«3» - выполнение двух уравнений и двух неравенств;

«4» - выполнение трёх уравнений и трёх неравенств;

«5» - выполнение всех заданий.

Практическая работа № 78 по теме:

«Решение задач с практическим содержанием»

Вариант 1

1. Токарь за 1 час делает 15 деталей, а его ученик 11 деталей. Сколько деталей сделают они за 8 часов работы?
2. Токарь за 3 часа выточил на токарном станке 135 деталей. Выполнив 3/5 дневной нормы. Сколько деталей он должен был выточить за рабочий день (8часов) по норме? Сколько деталей он выточит за рабочий день. Если будет работать с той же производительностью?
3. Товар стоил 1000 рублей. Продавец поднял цену на 10%, а через месяц снизил её на 10%. Сколько стал стоить товар?
4. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. "Замечательно, что у одного и нас белые, у другого чёрные, а у третьего рыжие волосы, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии", - заметил черноволосый. "Ты прав", - сказал Белов. Какой цвет волос у художника?
5. За границу поехала группа туристов из 100 человек . 10 из них не знали немецкого, ни английского. 75 знали немецкий язык, 83 знали английский. Сколько туристов владеют обоими языками?
6. В сплаве меди и цинка содержится 82% меди. После добавления в сплав 18 кг цинка содержание меди в сплаве понизилось до 70%. Сколько меди и цинка в отдельности стало содержаться в сплаве?

7. Двое рабочих получили работу за 765 тыс. руб. Первый работал 10 дней, а второй – 9 дней. Сколько получал в день каждый из них, если известно, что первый рабочий за 5 дней получил на 45 тыс. руб. больше, чем второй за 3 дня?

Вариант 2

1. Ручка стоила 10 рублей. Сначала цену повысили на 10%, а затем снизили на 10% (от новой цены). Сколько теперь стоит ручка?
2. Три подруги вышли в белом, зелёном и синем платьях и туфлях тех же цветов. Известно, что только у Ани цвет платья и туфель совпадали . Ни платье , ни туфли Вали не были белыми . Наташа была в зелёных туфлях. Какого цвета платья и туфли каждой из подруг?
3. Для участия в городском совещании были приглашены по четыре врача из каждой поликлиники. Так как каждый из пригашенных работал в двух поликлиниках, то он, следовательно, представлял на совещании две поликлиники и любая возможная комбинация двух поликлиник имела на совещании одного общего представителя. Сколько поликлиник было в городе? Сколько врачей собралось на совещание?
4. Один токарь может выполнить заказ за 8 часов, а другой - за 10 часов. Какая часть заказа останется невыполненной после 4 часов совместной работы обоих токарей?
5. Токарь, выточив на станке 145 деталей, перевыполнил план на 15%. Сколько деталей надо было выточить по плану?
6. Какое количество 26%-ной серной кислоты следует смешать с 40 кг 68%-ной кислоты для получения кислоты 32%-ной концентрации?
7. Двое рабочих, работая вместе выполняют некоторую работу за 8 часов. Первый из них, работая отдельно, может выполнить всю работу на 12 часов скорее, чем второй, если тот будет работать отдельно. За сколько часов каждый из них, работая порознь, может выполнить работу?

Критерии оценивания:

«3» - за выполнение трех – четырех задач;

«4» - за выполнение пяти – шести задач;

«5» - выполнение всех заданий.